

# **Numerische Simulation des laminar-turbulenten Grenzschichtumschlags unter Turbomaschinenbedingungen**

Vom Fachbereich Maschinenbau  
an der Technischen Universität Darmstadt  
zur  
Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte

D i s s e r t a t i o n

vorgelegt von

**Dipl.-Ing. Ditmar Unger**

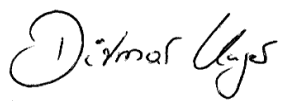
aus Bad Homburg v. d. H.

Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. B. Stoffel
Mitberichterstatter:	Prof. Dr. rer. nat. M. Schäfer
Tag der Einreichung:	6. Juli 1999
Tag der mündlichen Prüfung:	27. Oktober 1999

Darmstadt 1999

D 17

Hiermit versichere ich an Eides Statt, die vorliegende Arbeit selbständig angefertigt und nur die genannten Hilfsmittel verwendet zu haben.

A handwritten signature in black ink, reading "Ditmar Unger". The script is cursive and fluid, with the first name "Ditmar" and the last name "Unger" clearly distinguishable.

Ditmar Unger

Darmstadt, 30. Juni 1999

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Turbomaschinen und Fluidantriebstechnik der Technischen Universität Darmstadt sowie als Kollegiat im Rahmen des von der Deutschen Forschungsgemeinschaft unterstützten Graduiertenkollegs „Modellierung und numerische Beschreibung technischer Strömungen“.

An erster Stelle gilt mein herzlicher Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. B. Stoffel, dem Leiter des Fachgebiets Turbomaschinen und Fluidantriebstechnik, für die Anregung zu dieser Arbeit und für die zahlreichen wertvollen Ratschläge und Fachgespräche sowie seine stete Unterstützung bei ihrer Durchführung.

Herrn Prof. Dr. rer. nat. M. Schäfer, Leiter des Fachgebiets Numerische Berechnungsverfahren im Maschinenbau, der den Fortgang der Arbeit jederzeit mit Interesse verfolgt hat, danke ich für die bereitwillige Überlassung des kompletten Quelltextes des Navier-Stokes Programmes FASTEST, mit welchem große Teile dieser Arbeit entstanden sind, die fachliche Hilfe bei der Implementierung der Turbulenzmodelle, die kritische Durchsicht der Arbeit und die Übernahme des Koreferates.

Eine sinnvolle Durchführung dieser Arbeit wäre ohne den Vergleich der erzielten numerischen Ergebnisse mit detaillierten Messungen nicht möglich gewesen. Daher danke ich herzlich Herrn Eur. Ing. Dr. A. M. Savill, Cambridge, dem Koordinator der ERCOFTAC *Special Interest Group for Laminar to Turbulent Transition & Retrtransition* für die Anregungen und die umfangreiche, aus den verschiedenen Workshops der Gruppe entstandene und mir zur Verfügung gestellte Literatur.

Dr. J. Coupland, Rolls-Royce plc., danke ich für seine bereitwilligen Auskünfte zu seinen experimentellen Untersuchungen und den Erhalt seiner Meßdaten zur Umströmung der ebenen Platte mit Druckgradient und mit Halbkreisvorderkante.

Von Dr. A. I. Kalfas, Cambridge, habe ich freundlicherweise seine Meßdaten zur transitionalen Umströmung der ebenen Platte mit profilierter Vorderkante erhalten.

Dr. P. Jonas, Prag, danke ich für seine Daten zur experimentellen Untersuchung über den Einfluß des Längenmaßes auf die Transition an der ebenen Platte.

Dr. H. K. Lee, Seoul, stellte mir alle Daten seiner fünf verschiedenen Windkanaluntersuchungen zur Transition an zwei hintereinander angeordneten NACA-Profilen zur Verfügung. Auch ihm sei herzlich gedankt.

Dr. F. Barrio, Lyon, Mitglied der *Turbomachinery Special Interest Group*, gab mir seine Meßdaten zur transitionalen Umströmung einer Gasturbinenschaufel und bei Fragen bereitwillig Auskunft, wofür auch ihm Dank gebührt.

Meinen Kolleginnen und Kollegen am Fachgebiet TFA und Numerische Berechnungsverfahren sowie den Mitgliedern des Graduiertenkollegs danke ich für viele fachliche Diskussionen und das freundliche Arbeitsklima. Danken will ich auch den vielen Studenten, die mich als Studien- und Diplomarbeiter unterstützt haben sowie Frau Lannert für den Aufbau und die Pflege der Literaturdatenbank des Instituts.

Schließlich gilt mein Dank meinen beiden Söhnen Julian und Janek, die insbesondere gegen Ende der Arbeit öfter auf ihren Papa verzichten mußten und mit ihrer Lebensfreude und Energie mir auch außerhalb der Universität Betrachtungen zur Turbulenz ermöglichten sowie nicht zuletzt meiner Frau Susanne für ihre Liebe und Unterstützung während meiner beruflichen Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter. Ihnen widme ich diese Arbeit.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Beschreibung transitionaler Strömungen</b>	<b>3</b>
2.1	Laminar-turbulenter Grenzschichtumschlag . . . . .	3
2.2	Verfahren zur Berechnung transitionaler Strömungen . . . . .	9
2.2.1	Berechnung transitionaler Strömungen mit Hilfe der direkten und Grob- struktursimulation . . . . .	10
2.2.2	Berechnung transitionaler Strömungen mit Reynoldsspannungsmodellen	11
2.2.3	Berechnung transitionaler Strömungen mit Zweigleichungsmodellen . . .	12
2.2.4	Berechnung transitionaler Strömungen mit Eingleichungsmodellen . . .	15
2.2.5	Berechnung transitionaler Strömungen mit empirischen Korrelationen .	15
2.3	Zielsetzung und Auswahl der Testfälle . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>18</b>
3.1	Grundgleichungen . . . . .	18
3.2	Turbulenzmodell . . . . .	19
3.3	Asymptotisches Verhalten und Limitierung . . . . .	26
3.4	Randbedingungen . . . . .	26
3.5	Numerisches Lösungsverfahren . . . . .	29
3.6	Grenzschichtgrößen . . . . .	31

<b>4</b>	<b>Transitionale Strömung über die ebene Platte</b>	<b>32</b>
4.1	Strömung ohne Druckgradient bei 3% Turbulenzgrad . . . . .	33
4.1.1	Einfluß des Längenmaßes . . . . .	46
4.1.2	Modellierung der prätransitionalen Geschwindigkeitsschwankungen . . .	48
4.2	Strömung ohne Druckgradient bei erhöhtem Turbulenzgrad von 6% . . . . .	54
4.3	Strömung mit Druckgradient . . . . .	61
4.4	Einfluß der Plattenvorderkante auf die transitionale Strömung . . . . .	69
4.5	Umschlag über die Ablöseblase . . . . .	79
<b>5</b>	<b>Nachlaufinduzierte Transition an einem NACA-Profil</b>	<b>83</b>
5.1	Beschreibung des Testfalls . . . . .	83
5.2	Numerische Modellierung . . . . .	85
5.3	Variation der Anström-Reynoldszahl . . . . .	87
5.4	Variation des Abstands der NACA-Profile . . . . .	96
5.5	Abschließende Beurteilung der Berechnung nachlaufinduzierter Transition . . .	101
<b>6</b>	<b>Transitionale Umströmung einer Turbinenschaufel</b>	<b>103</b>
6.1	Beschreibung des Testfalls . . . . .	103
6.2	Numerische Modellierung . . . . .	104
6.3	Simulationsergebnisse und Vergleich . . . . .	107
6.3.1	Saugseite . . . . .	108
6.3.2	Druckseite . . . . .	112
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>116</b>
<b>8</b>	<b>Summary</b>	<b>121</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>125</b>

# Formel- und Abkürzungsverzeichnis

## Lateinische Großbuchstaben

AB		Abid low-Reynolds Modell
AGS		Abu-Ghannam & Shaw Kriterium zur Umschlagsberechnung
$B$		Konstante des logarithmischen Wandgesetzes, $B = 5$
BF		Biswas und Fukuyama low-Reynolds Modell
CH		Chien low-Reynolds Modell
CHC		Chang et al. low-Reynolds Modell
$C$		Konstante
$C_f$		Schubspannungsbeiwert, $C_f = 2\tau_w/(\rho u_\infty^2)$
$C_{f0}$		Schubspannungsbeiwert, $C_{f0} = 2\tau_w/(\rho u_0^2)$
$C_w$		integrierter Gesamtwiderstand der Reibungskräfte
$C_\mu, C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}$		Konstanten des Zweigleichungsturbulenzmodells
$C_w$		Konstante in der Gleichung für die laminare kinetische Energie
$C^+$		Konstante in der Gleichung für die laminare kinetische Energie
$D, E$		Zusatzterme der $\epsilon$ -Gleichung des Zweigleichungsturbulenzmodells
DNS		Direkte Numerische Simulation
ERCOTAC		European Research Community on Flow Turbulence And Combustion
$G$	$[m]$	Abstand zwischen den NACA0012-Profilen
$H$	$[m]$	Höhe
$H_{12}$		Formfaktor der Grenzschicht, $H_{12} = \delta_1/\delta_2$
KL		Modifikation des Produktionsterms t. k. E. nach Kato und Launder
KV		Kontrollvolumen
$L$	$[m]$	Länge
$L$	$[m]$	integrales turbulentes Längenmaß
$L_{u'}$	$[m]$	integrales Längenmaß
LB		Lam und Bremhorst low-Reynolds Modell
LES		Large Eddy Simulation, Grobstruktursimulation
NACA		National Advisory Committee for Aeronautics
NI, NJ		Anzahl der Rechenzellen in $i$ und $j$ Richtung
$Re_t$		Turbulente Reynoldszahl, $Re_t = k^2/(\nu\epsilon)$
$Re_x$		Laufängen-Reynoldszahl, $Re_x = u_\infty x/\nu$
$Re_y$		Turbulente Reynoldszahl, $Re_y = \sqrt{k}y/\nu$
$Re_{\delta_2}$		Impulsverlustdicken-Reynoldszahl, $Re_{\delta_2} = u_\infty \delta_2/\nu$

R.B.		Randbedingungen
R.R.		Rolls-Royce plc.
RSM		Reynoldsspannungsmodell
$S$	$[m]$	gesamte Lauflänge des Profils F2
Tu	$[\%]$	Turbulenzgrad
Tu <sub>0</sub>	$[\%]$	Turbulenzgrad am Eintritt in das Rechengebiet
Tu <sub>∞</sub>	$[\%]$	Freistromturbulenzgrad außerhalb der Grenzschicht
$U_0$	$[m/s]$	mittlere Geschwindigkeit am Eintritt in das Rechengebiet
Vk		Vorderkante
WF		logarithmische Wandfunktion
WWW		World Wide Web

## Lateinische Kleinbuchstaben

$a$		Konstante
$b$		Konstante
$c$	$[m]$	Sehnenlänge
$f_1$		Dämpfungsfunktion des low-Reynolds Modells
$f_2$		Dämpfungsfunktion des low-Reynolds Modells
$f_\mu$		Dämpfungsfunktion des low-Reynolds Modells
$k$	$[m^2/s^2]$	turbulente kinetische Energie, $k = 1/2 \overline{u'_i u'_i}$
$k_l$	$[m^2/s^2]$	laminare kinetische Energie, $k_l = 0.5 \overline{u'^2}$
$k^+$		dimensionslose turbulente kinetische Energie, $k^+ = k/u_\tau^2$
$k_0$	$[m^2/s^2]$	turbulente kinetische Energie am Eintritt in das Rechengebiet
l. k. E.	$[m^2/s^2]$	laminare kinetische Energie
$s$	$[m]$	Lauflänge entlang der Profiloberfläche
t. k. E.	$[m^2/s^2]$	turbulente kinetische Energie
$\bar{u}_i$	$[m/s]$	mittlere Geschwindigkeit in $x_i$ Richtung
$u'_i$	$[m/s]$	Komponente der Geschwindigkeitsschwankung in $x_i$ Richtung
$u_\tau$	$[m/s]$	Schubspannungsgeschwindigkeit, $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$
$u^+$		dimensionslose Geschwindigkeit, $u^+ = \bar{u}/u_\tau$
$u_0$	$[m/s]$	mittlere Geschwindigkeit am Eintritt in das Rechengebiet
$u_\infty$	$[m/s]$	mittlere Geschwindigkeit am Grenzschichtrand
$v$	$[m/s]$	Geschwindigkeitsmaß
$x$	$[m]$	Kartesische Koordinate
$x_i$	$[m]$	Kartesische Koordinate in i-Richtung
$x_0$	$[m]$	Abstand des Windkanalsiebs zur Vorderkante
$y$	$[m]$	Kartesische Koordinate
$y^+$		dimensionsloser Wandabstand, $y^+ = y u_\tau / \nu$

## Griechische Buchstaben

$\Lambda$	[m]	integrales turbulentes Längenmaß
$\delta$	[m]	Grenzschichtdicke
$\delta_1$	[m]	Verdrängungsdicke
$\delta_2$	[m]	Impulsverlustdicke
$\epsilon$	[m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> ]	Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie
$\epsilon_0$	[m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> ]	Dissipationsrate am Eintritt in das Rechengebiet
$\epsilon^+$		dimensionslose Dissipationsrate der t. k. E., $\epsilon^+ = \epsilon \nu / u_\tau^4$
$\eta$		Längenparameter zur Formulierung der Intermittenzfunktion
$\gamma$		Intermittenzfunktion
$\kappa$		von Karman-Konstante, $\kappa = 0,41$
$\mu$	[kg/(m s)]	molekulare Viskosität
$\mu_t$	[kg/(m s)]	Wirbelviskosität
$\nu$	[m <sup>2</sup> /s]	kinematische Viskosität
$\nu_t$	[m <sup>2</sup> /s]	turbulente Viskosität, $\nu_t = \mu_t / \rho$
$\phi$		Hilfsvariable
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	Dichte
$\sigma_k, \sigma_\epsilon$		Konstanten des Zweigleichungsturbulenzmodells
$\tau_w$	[N/m <sup>2</sup> ]	Wandschubspannung

## Indizes

$i, j, k$	Zähindex
max	maximal
min	minimal
$p$	Größe im Zellenzentrum
ref	Referenzgröße
$t$	turbulent
$w$	an der Wand
$\infty$	im Freistrom
0	am Eintritt in das Rechengebiet

## Symbole

—	gemittelte Größe
'	Schwankungsgröße



# 1 Einleitung

Für die Ingenieurwissenschaften ist es von großem Interesse, die Eigenschaften und Auswirkungen von Strömungen vorhersagen zu können. Mit Hilfe einer solchen Vorhersage ist es möglich, Verbesserungen von strömungsführenden Bauteilen aller Art bezüglich Kosten und Wirkungsgrad vorzunehmen. Eine häufig auftretende Eigenschaft von Strömungen ist der Übergang des laminaren Zustandes in den turbulenten. Diese Transition ist wichtig bei der internen und externen Aerodynamik. Sie spielt eine Rolle bei der Umströmung der Flügel von Vögeln oder der Körper von Fischen und Meeressäugetieren. Auch die technischen Anwendungen, in denen transitionale Strömungen eine Rolle spielen, sind vielfältig, denn der Zustand der reibungsbehafteten, wandnahen Strömung in der Grenzschicht bestimmt die aerodynamischen Verluste und den Wärmeübergang von der Strömung an eine begrenzende Wand oder umgekehrt. So wird der Wärmeübergang am Hitzeschild eines wieder in die Atmosphäre eintretenden Raumfahrzeugs stark durch die Transitionslage beeinflusst. Die transitionale Umströmung der Tragflächen und Rumpfe von Flugzeugen prägt entscheidend den Widerstand, den das Flugzeug beim Flug erfährt. Hier ist die Frage der Laminarhaltung der Strömung, mit der eine drastische Reduzierung des Widerstands und damit des Treibstoffverbrauchs einhergeht, eng an den Ort des Auftretens des Umschlags gekoppelt. Ähnliches gilt für die Umströmung von Fahrzeugen aller Art, sei es auf dem Boden, im Wasser oder in der Luft.

Auch in Verbrennungsmotoren, in Wärmetauschern, Turbinen und Verdichtern spielt die Transition eine Rolle. Gasturbinen werden bei Reynoldszahlen betrieben, bei denen typischerweise die Transition auftritt. Der Wärmeübergang an temperaturbelasteten Schaufeln von Gasturbinen wirft Fragen nach adäquater Kühlung auf, die nur bei Berücksichtigung der Transitionslage genau beantwortet werden können. Die Ausbildung einer lokal begrenzten Ablösung wie auch der komplette Strömungsabriß auf Tragflächen oder Turbomaschinenbeschaufelungen hängt entscheidend davon ab, ob die wandnahe Grenzschicht laminar, transitional oder turbulent ist.

Bei Beachtung der Transition kann eine Wirkungsgradoptimierung in Turbomaschinen erreicht werden, indem die aerodynamische Belastung der eingesetzten Profile erhöht wird. Bei einer höheren Leistungsumsetzung pro Stufe kann eine Einsparung an der Gesamtanzahl von Stufen und damit an Gewicht erfolgen. Diese Verringerung des Gewichts bewirkt bei Fluggasturbinen eine Reduzierung des benötigten Treibstoffs, sie verbessert dadurch die Umweltbilanz und minimiert die Kosten. Bei stationären Gasturbinen bewirkt die mögliche Einsparung von Stufen eine Reduzierung des benötigten axialen Bauraums und damit ebenfalls der Kosten.

Neben der experimentellen Strömungsmechanik am Originalbauteil oder dem skalierten Modell führt die stetig steigende Rechnerleistung wie auch die zunehmende Effizienz numerischer Verfahren dazu, daß die numerische Strömungsmechanik einen immer höheren Stellenwert erhält und Ergebnisse auch an Stellen liefert, die der Messung nicht oder nur mit großem Aufwand zugänglich sind. Durch den Einsatz solcher numerischer Methoden können Zeitaufwand und Kosten zur Optimierung von Maschinen und Prozessen verringert werden, und sie erlauben die Abbildung der realen Randbedingungen. Dagegen ist es im Experiment mit vertretbarem Aufwand oft nicht möglich, die Strömungsuntersuchung an der realen Ausführung durchzuführen. Wird aber ein skaliertes Modell strömungsmeßtechnisch untersucht, besteht die Schwierigkeit, die Einhaltung aller Ähnlichkeitsgesetze und damit die Übertragbarkeit der erhaltenen Ergebnisse vom Modellversuch auf das Original zu gewährleisten.

Reale Strömungen sind selten vollständig laminar. Meist sind sie über weite Bereiche turbulent, und numerische Untersuchungen dieser Strömungen müssen daher die Eigenschaften turbulenter Strömungen berücksichtigen. Interessiert nur das mittlere Verhalten der Strömung, so können turbulente Strömungen mit Hilfe einer gemittelten Beschreibung modelliert werden. Diese Turbulenzmodelle werden weithin in Verbindung mit Wandfunktionen angewandt, die den wandnahen Bereich einer Berechnung überbrücken und das Vorhandensein einer vollturbulenten Strömung voraussetzen. Kommt zu dem allgemeinen Problem der Turbulenz aber noch die Frage nach der Entstehung der Turbulenz, dem laminar-turbulenten Umschlag, so müssen die entscheidenden wandnahen Bereiche ebenfalls betrachtet werden. Nur dann können Effekte wie die lokalen Minima und Maxima der Wandschubspannung, der Wandtemperatur und des Wärmeübergangs zu Beginn und gegen Ende des Umschlagsgebiets beschrieben werden.

In der Vergangenheit kamen bezüglich der Transitionsrechnung häufig empirische Kriterien oder erweiterte Turbulenzmodelle in Verfahren, die nur die Grenzschicht behandeln, zum Einsatz. Die vorliegende Arbeit setzt sich das Ziel, mit Hilfe erweiterter Zweigleichungsturbulenzmodelle in universell einsetzbaren Navier-Stokes Verfahren verschiedene Ausprägungen der Transition, wie sie in Turbomaschinen auftreten, zu simulieren. Dazu werden in Kapitel 2.1 das Phänomen Transition erklärt, verschiedene Umschlagsarten eingeordnet und die sie beeinflussenden Parameter aufgelistet. In Abschnitt 2.2 werden die möglichen Berechnungsverfahren für turbulente Strömungen mit Blickwinkel auf die Transition betrachtet, und die Auswahl von Verfahren für die Berechnung wird vorgenommen.

Aufgrund der Zielsetzung der numerischen Behandlung transistionaler Strömungen unter Turbomaschinenbedingungen ergibt sich nach der Einordnung der verschiedenen Transitionsformen und der sie beeinflussenden Parameter die Auswahl der Testfälle, an denen die numerischen Ergebnisse gemessen werden (Kapitel 2.3). Sie werden unter dem Gesichtspunkt einer zunächst getrennten Betrachtung der Einflußparameter ausgewählt und erlauben die Untersuchung der Eignung der verwendeten Turbulenzmodelle für diese Transitionsformen.

Die numerischen Grundlagen und eine Beschreibung der verwendeten Programme befinden sich in Abschnitt 3, gefolgt von den numerischen Untersuchungen anhand der ausgewählten und experimentell erfaßten Testfälle in den Kapiteln 4, 5 und 6. Eine kritische Bewertung der erzielten Ergebnisse erfolgt resümierend in Kapitel 7, und die Arbeit schließt mit der englischen Übersetzung der Zusammenfassung in Abschnitt 8.

## 2 Beschreibung transistionaler Strömungen

### 2.1 Laminar-turbulenter Grenzschichtumschlag

Der Übergang der laminaren in die turbulente Strömungsform wird als laminar-turbulenter Umschlag bezeichnet. Dieser komplexe Vorgang ist, obwohl seit langem bekannt und experimentell wie zunehmend auch numerisch untersucht, in seinen grundlegenden Mechanismen noch nicht vollständig verstanden, wodurch seine theoretische Vorhersage noch immer eine der größten Herausforderungen in der Strömungsmechanik darstellt.

Im Verlauf des Grenzschichtumschlags kommt es zu einer drastischen Änderung der Strömungseigenschaften. Aufgrund der geschichteten Strömung und der deutlich geringeren, der mittleren Geschwindigkeit überlagerten Schwankungsgeschwindigkeit in der laminaren Grenzschicht, ist der Impulsaustausch und demzufolge auch der Wärmeaustausch sowie der lokale Schubspannungsbeiwert an der Wand geringer, während die hohe stochastische Schwankungsbewegung einer turbulenten Strömung zu einem intensiven Impuls- und Wärmeaustausch und damit auch zu deutlich erhöhter Reibung an der Wand führt. Durch den geringeren Impulstransport in die Grenzschicht im Falle der laminaren Strömung neigt diese aber eher zur verlustreichen Ablösung bei Strömung in Gebiete höheren Druckes als die turbulente Strömungsform, wodurch die Nutzung der Vorteile beider Strömungsformen für technische Anwendungen wie die Umströmung von Profilen in Turbomaschinen interessant ist.

Viele der ersten Untersuchungen zum laminar-turbulenten Umschlag konzentrierten sich auf die längsangeströmte ebene Platte (White [135]; Schlichting [110]). Nach White können bei dem sogenannten *natürlichen Umschlag*, schematisch dargestellt in Abbildung 2.1, verschiedene Stadien charakterisiert werden:

- A** beginnend an der Vorderkante bildet sich eine stabile, laminare Grenzschichtströmung aus, deren Grenzschichtdicke  $\delta$  proportional zu der Wurzel der Lauflänge anwächst.
- B** Bei Überschreiten der Indifferenz-Reynoldszahl wird die laminare Strömung von instabilen, zweidimensionalen Tollmien-Schlichting-Wellen überlagert. Diese frequenzabhängige Anfachung kleiner Störungen wird durch die *primäre Stabilitätstheorie* (Schlichting [110]) beschrieben.

- C** Weiter stromab kommt es zu der Entwicklung eines dreidimensionalen Wellensystems und einer Ausbildung von Längswirbeln aufgrund von *sekundären Instabilitäten*. Diese sogenannten  $\Lambda$ -Wirbel
- D** platzen an Stellen sehr großer lokaler Wirbelstärke auf und bilden hochfrequente *hairpin eddies*, die wiederum
- E** ihren ursprünglich periodischen Charakter verlieren und durch Zerfall in immer kleinere Wirbel stochastisch verteilter Frequenzen und Amplituden zur Ausbildung von *Turbulenzflecken* keilförmiger Gestalt führen. Diese Turbulenzflecken bewegen sich mit der umgebenden laminaren Grenzschicht stromabwärts und führen zu der experimentell beobachtbaren Intermittenz, der zeitlichen Abwechslung einer laminaren und turbulenten Strömungsform.
- F** Bei Überschreiten einer kritischen Reynoldszahl, deren Wert bei der Plattenströmung etwa bei

$$3.5 \cdot 10^5 \leq Re_{x,krit.} = \frac{U_\infty x}{\nu} \leq 10^6$$

liegt, wachsen die Turbulenzflecken zur vollturbulenten Strömung zusammen.

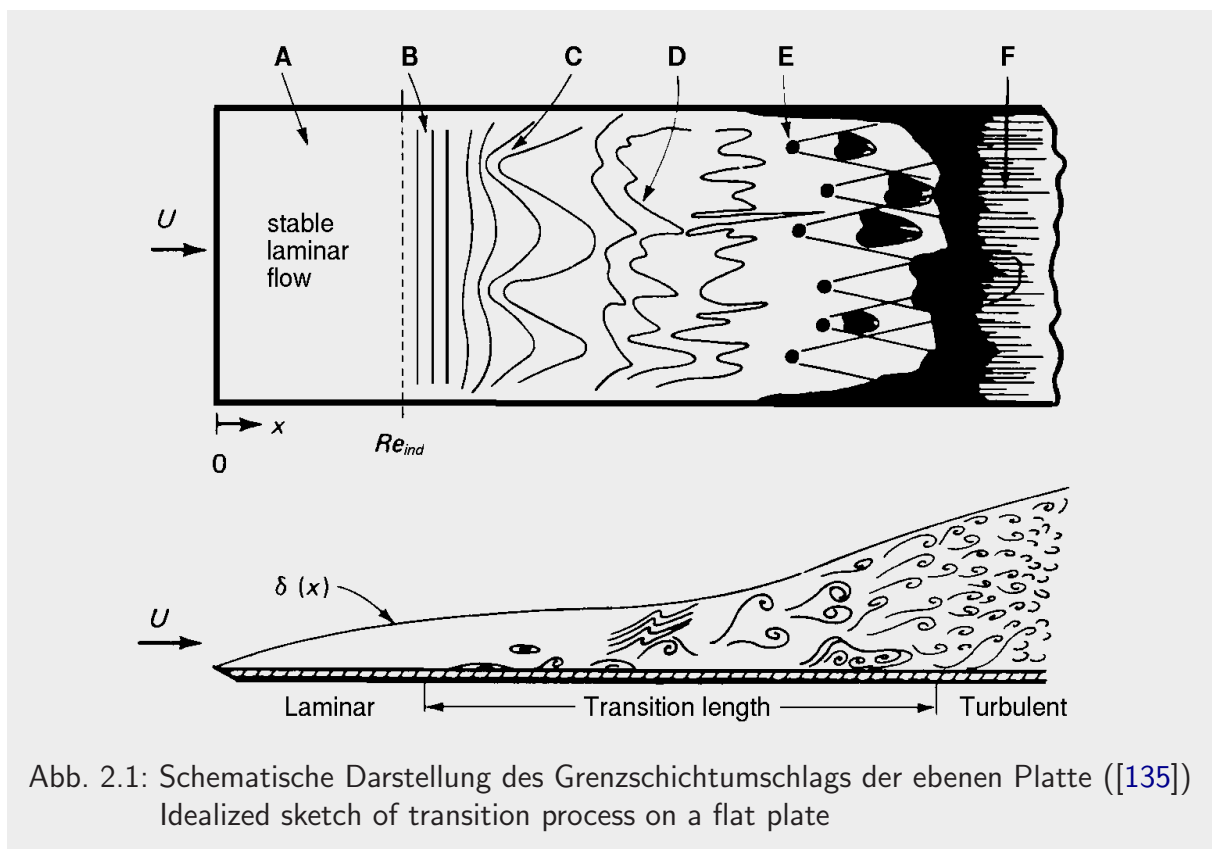


Abb. 2.1: Schematische Darstellung des Grenzschichtumschlags der ebenen Platte ([135])  
Idealized sketch of transition process on a flat plate

Da es sich bei der Transition um ein Stabilitätsproblem handelt, bei dem kleine Störungen Auslöser für die Änderung des makroskopischen Grenzschichtzustandes sein können, werden Lage und Erstreckung des Umschlagsbereiches von einer Vielzahl von Parametern beeinflusst (Mayle [66], Singer [120]), auf die im Folgenden eingegangen wird:

- Reynoldszahl:** Die Reynoldszahl als sicherlich wichtigster Parameter entscheidet darüber, ob bei Unterschreiten oder Überschreiten einer kritischen Reynoldszahl Störungen gedämpft oder entsprechend angefacht werden.
- Freistromstörungen:** In einer technischen Strömung sind eine Vielzahl von Störungen vorhanden; hierbei ist an erster Stelle der **Freistromturbulenzgrad** zu nennen, der in den im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Testfällen durch *Windkanalturbulenz* von Sieben oder *stationären Nachläufen* durch stromauf liegende umströmte Körper seinen Ausdruck findet. Weitere Freistromstörungen sind **Temperaturschwankungen** oder **akustische Schwankungen** (siehe beispielsweise [133]), die den Umschlag beeinflussen.
- Längenmaß:** Die charakteristische Länge großer Wirbel hat neben dem typischen Zeitmaß einen Einfluß auf die Transitionslage, da bei zwei Strömungssituationen gleicher Reynoldszahl und gleichem Turbulenzgrad, aber unterschiedlichen Längenmaßen an einer Stelle  $x_0$ , an der stromab liegenden Stelle  $x$  ein unterschiedlicher Außenturbulenzgrad vorliegt. Durch die Tatsache des schnelleren Zerfalls kleinerer Wirbel, also der unterschiedlichen Rate der Dissipation von Turbulenz bei verschiedenen Längenmaßen ([126]), kommt es auch zu einer differierenden Anregung der Grenzschicht an der Oberfläche eines Körpers und infolgedessen zu einer verschobenen Transitionslage ([47]).
- Druckgradient:** Der Druckgradient hat einen entscheidenden Einfluß auf die Transition. So führt ein *negativer Druckgradient* zu einem späteren Einsetzen des Umschlags und einem verlängerten Transitionsgebiet; bei sehr starker Beschleunigung kommt es zur sogenannten Relaminarisierung turbulenter Strömungen. Ansteigender Druck, d.h. ein *positiver Druckgradient*, führt hingegen zu einem früheren Einsetzen von Transition, einem verkürzten Transitionsgebiet und unter Umständen zu einem Umschlag über eine laminare Ablöseblase.
- Instationarität:** Eine instationäre Zuströmung, wie sie sich in Turbomaschinen bei Vorhandensein stromauf liegender, bewegter Schaufelreihen aufgrund der sich dort ausbildenden Nachläufe in periodischer Form immer einstellt, führt zu einer periodisch instationären Wechselwirkung von

Lauf- und Leiträdern und damit zur Beeinflussung von Transitions-lage und -erstreckung. Bei Ablöseneigung der stationären Strömung führen periodisch instationäre Nachläufe zu einer günstigen Stabilisierung der Strömung.

**Ablösung:**

Bei Ablösung einer laminaren Grenzschicht, auftretend beispielsweise in einer Strömung mit positiven Druckgradienten, in der der Impuls des Fluids nicht ausreicht, es in die Gebiete höheren Druckes zu befördern, kann es zum Umschlag in der abgelösten Scherschicht mit einem turbulenten Wiederanlegen bei Formierung einer sogenannten Ablöseblase kommen. Durch den höheren Impulstransport über die Grenzschicht ist dadurch die turbulent gewordene Strömung in der Lage, sich wieder an das Profil anzulegen.

**Kompressibilität:**

Die Machzahl beeinflusst die Turbulenz, so daß in Überschallströmungen andere Mechanismen der Instabilität und der Transition als in Abbildung 2.1 beschrieben auftreten ([119]).

**Rauhigkeit:**

Rauhigkeitselemente können Primärinstabilitäten verursachen oder die sogenannte und später beschriebene Bypass-Transition hervorrufen.

**Stromlinienkrümmung:** Görtler-Instabilitäten bei konkaven Wänden stören durch ihre gegensinnig rotierenden Wirbel die laminare Grenzschicht anders als die für die ebene Platte oben beschriebenen Instabilitätswellen und verändern die Physik des Transitionsprozesses ([125]).

**3-D Effekte:**

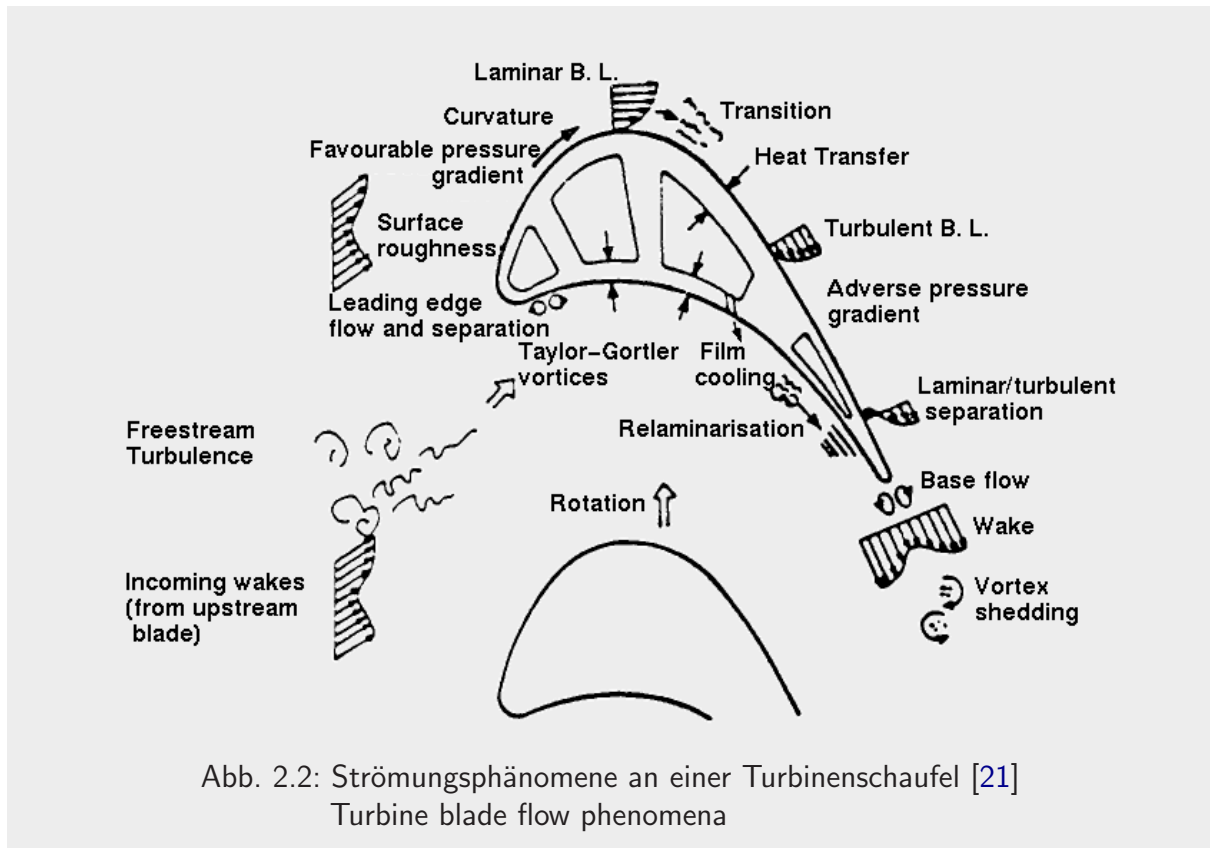
Grenzschichten werden durch Effekte wie Querstrominstabilitäten und daraus entstehenden Wirbeln beeinflusst.

**Wärmeübertragung:**

Bedingt durch die gegenläufige Abhängigkeit der Viskosität von Flüssigkeiten und Gasen von der Temperatur bewirkt eine Oberflächenheizung in Unterschallströmungen eine Stabilisierung in Flüssigkeiten, aber eine Destabilisierung in Gasen. Nach Untersuchungen von Rüd [92] ist dieser Effekt in Gasturbinenanwendungen bei gleichzeitigem Vorhandensein erhöhter Freistromturbulenz von untergeordneter Bedeutung.

**Massenstrom:**

Die Massenstromeinblasung in Form des üblichen Kühlluftstromes in Hochdruckturbinenstufen durch mehrere Bohrungen, deren Durchmesser üblicherweise größer ist als die lokale Grenzschichtdicke, stellt eine massive Störung der Strömung dar, die dadurch völlig verändert wird. Hier kann nicht von Transition im eigentlichen Sinne gesprochen werden (Mayle [66], Coupland [21]).



Diese Auflistung der unterschiedlich wichtigen und die Transition beeinflussenden Parameter, die nie für sich allein auftreten, deutet die Komplexität des Phänomens Transition an. Für die Umströmung einer Gasturbinenschaufel faßt Abbildung 2.2, entnommen aus Coupland [21], räumlich zugeordnet die wichtigsten Vorgänge zusammen.

Neben den Einflußgrößen lassen sich, wie von Mayle [66] vorgeschlagen, verschiedene Formen der Transition klassifizieren. Die unterschiedlichen, im Zusammenhang mit Bild 2.1 diskutierten Phasen der Transition, stellen danach den sogenannten **natürlichen Umschlag** dar. Diese Form der Transition ist wichtig in Verbindung mit der Untersuchung von Strömungen geringen Turbulenzgrades, wie sie beispielsweise bei der Umströmung von Tragflügelprofilen und im Ansaugbereich von Gasturbinen vorkommt. Die zweite Form, verursacht durch größere Störungen, wie beispielsweise erhöhte Außenturbulenz, überspringt komplett die ersten Phasen der Tollmien-Schlichting Instabilitäten. Sie wird „**Bypass**“-**Transition** genannt und führt direkt zur Bildung von Turbulenzflecken. Der „**Umschlag über eine abgelöste Scherschicht**“ ist der dritte Typ und führt zur Ausbildung einer laminaren Ablöseblase mit turbulentem Wiederanlegen. Weitere Formen des Umschlags sind die periodisch instationäre, in Turbomaschinen wichtige „**nachlaufinduzierte Transition**“, bei der Nachläufe stromauf angeordneter Gitter mit ihrer erhöhten Turbulenz einen Umschlag einleiten wie auch die „**Relaminarisierung**“, welche bei großen Beschleunigungen den umgekehrten Prozeß des Übergangs der schon turbulenten wieder in die laminare Strömung beschreibt.

Das Auftreten dieser verschiedenen Transitionsformen kann aus Bild 2.3 abgelesen werden. Hier ist für eine gegebene Beschleunigung bei Transitionsbeginn, charakterisiert durch den Beschleunigungsparameter  $K$

$$K = \frac{\nu}{U_\infty^2} \frac{dU_\infty}{dx} \quad (2.1)$$

die Impulsverlustdicken-Reynoldszahl

$$\text{Re}_{\delta_2} = \frac{U_\infty \delta_2}{\nu} \quad (2.2)$$

aufgetragen, bei der unter dem herrschenden Turbulenzgrad die Transition einsetzt. Danach kommt es bei verzögerter Strömung und sehr kleinen Turbulenzgraden zu laminarer Ablösung und bei leicht erhöhten Turbulenzgraden zu dem natürlichen Umschlag. Nur oberhalb des eingetragenen Stabilitätskriteriums können Tollmien-Schlichting Instabilitäten auftreten.

In den für Turbomaschinen üblichen erhöhten Bereichen des Turbulenzgrades

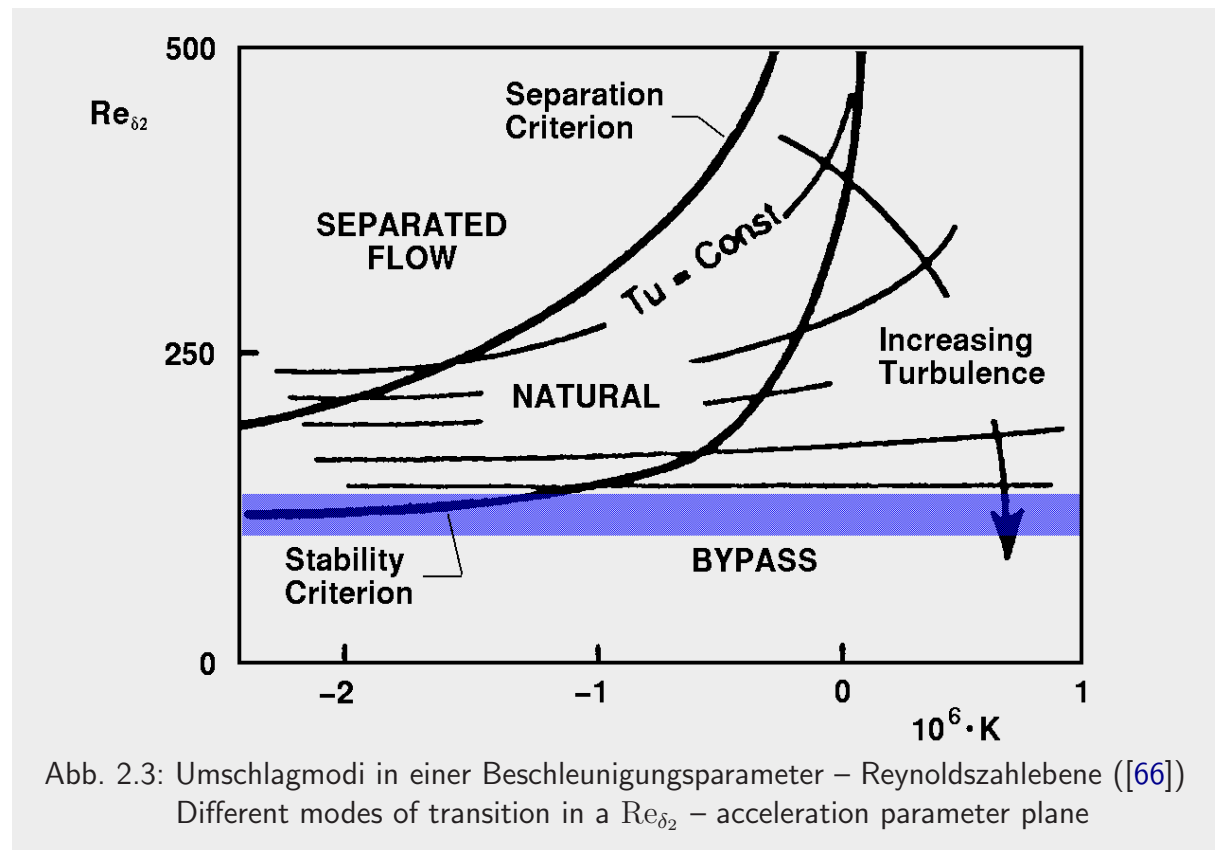
$$\text{Tu} = \frac{\sqrt{\frac{1}{3} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})}}{U_\infty} \quad , \quad (2.3)$$

beziehungsweise im Fall isotroper Turbulenz mit  $\overline{u'^2} = \overline{v'^2} = \overline{w'^2}$

$$\text{Tu} = \frac{\sqrt{\overline{u'^2}}}{U_\infty} \quad , \quad (2.4)$$

zeigt Abbildung 2.3 mit farblicher Unterlegung des Bereiches von  $\text{Tu} = 5\text{-}10\%$  die in diesen Maschinen vorherrschende Form der *Bypass-Transition*. Neben dieser tritt bei sehr hoher Beschleunigung von  $K > 3 \cdot 10^{-6}$ , welche auf der Druckseite von Profilen erreicht werden kann, ebenfalls die Relaminarisierung auf. In Gebieten starker Verzögerung kann auf der Saugseite eines Profils der Umschlag auch über die Ablöseblase erfolgen. Letzteres wird in heutigen Profilauslegungen teilweise schon realisiert, da in der Blase ein Gebiet mit geringer Reibung vorliegt.





## 2.2 Verfahren zur Berechnung transistionaler Strömungen

Aufgrund der Vielzahl der die Transition beeinflussenden Parameter ist eine umfassende und geschlossene Formulierung zur Berechnung aller Transitionsarten nicht möglich. Vielmehr können in den unterschiedlichen Verfahren nur Teilaspekte behandelt werden. Modellierungen dieser Teilaspekte haben wegen der zugrundeliegenden und notwendigen Annahmen eingeschränkte Gültigkeitsbereiche. Zurückgreifend auf die oben vorgenommene Klassifizierung der Transitionsarten müssen auch die unterschiedlichen Ansätze zur Berechnung der Transition eingeordnet werden. Da die Berechnung transistionaler Strömungen eng gekoppelt ist an die erfolgreiche Berechnung der folgenden turbulenten Strömung, sind prinzipiell alle Überlegungen zur Berechnung von Turbulenz auch hier relevant.

Auf die rechnerische Behandlung der natürlichen Transition, die sich mit der Stabilitätstheorie und den ersten, oben beschriebenen Phasen des Umschlags befaßt, wird im Folgenden nicht weiter eingegangen. Sie wird ausführlich beschrieben in Schlichting [110] und Henningson [42], ist jedoch nicht anwendbar zur Beschreibung der in Turbomaschinen wichtigeren anderen Formen der Transition.

Es werden nun in der Reihenfolge sinkender Komplexität und auch sinkender Anforderungen an die Rechenleistung Verfahren zur Berechnung der Transition genannt. Hierbei soll vorangestellt

werden, daß unterhalb der Grobstruktursimulation (2.2.1) kein Modell in der Lage ist, die Transition wirklich zu *simulieren*. Diese Modelle beruhen alle auf einer Mittelung und können daher frequenzabhängige Vorgänge wie die Transition bestenfalls im Mittel wiedergeben. Aufgrund der Eigenschaften der zugrundeliegenden Transportgleichungen sind sie nur in der Lage, die Diffusion von Freistromturbulenz in die Grenzschicht zu beschreiben. Wenn der Diffusionsterm nun lokal größer wird als die Dissipation, reagiert der Produktionsmechanismus der zugrundeliegenden Gleichungen. Es kommt zu einer „Pseudotransition“, verbunden mit dem Anstieg der berechneten Schwankungen, der Wandschubspannung oder des Wärmeübergangs, und es werden dadurch wesentliche, den Ingenieur interessierende Eigenschaften der Transition wiedergegeben (Singer [119]).

### 2.2.1 Berechnung transistionaler Strömungen mit Hilfe der direkten und Grobstruktursimulation

Die **direkte numerische Simulation** (DNS) löst die exakten Erhaltungsgleichungen für die Masse, den Impuls und die Energie ohne Turbulenzmodellierung. Hierbei müssen auch die kleinsten Skalen der turbulenten Schwankungsbewegung räumlich und zeitlich aufgelöst werden. Da aber das Verhältnis der Ausdehnung der größten Wirbel, charakterisiert durch das integrale Längenmaß  $L$ , zu den kleinsten Wirbeln, beschrieben über die Kolmogorovsche Mikrolänge  $\lambda$ , mit der turbulenten Reynoldszahl  $Re_t$  über die Beziehung

$$\frac{L}{\lambda} \sim Re_t^{\frac{3}{4}} \quad (2.5)$$

korreliert, wächst bei der notwendigen Diskretisierung in alle drei Raumrichtungen der Diskretisierungsaufwand proportional zu  $Re_t^{9/4}$  und die Anzahl der notwendigen Rechenoperationen  $N_{OP} \sim Re_t^{11/4}$ . Berücksichtigt man die hohen Reynoldszahlen praktisch relevanter Strömungen, so wird der hohe numerische Aufwand der DNS deutlich. Sie ist daher prädestiniert für abstrahierte und geometrisch einfache Fragestellungen der Strömungsmechanik. Hier wird sie zunehmend als „numerisches Experiment“ zur Weiterentwicklung von Turbulenzmodellen genutzt wie auch zur Klärung experimentell nur sehr schwer zugänglicher Fragestellungen ([89], [90], [44], [54]).

Anwendungen von DNS-Rechnungen auf transistionale Strömungen beschäftigen sich meistens mit dem natürlichen Umschlag und seinen Instabilitätsformen (siehe Konzelmann [56], Meyer [72], Delfs [24] und eine Zusammenfassung von Kleiser [55]). Eine erste erfolgreiche Anwendung auf die Bypass-Transition beschreibt Yang [140]. Corral und Jimenez [19] beschäftigen sich ebenfalls mit der Bypass-Transition sowie der Relaminarisierung und zeigen eine gute Übereinstimmung der Rechen- mit den Meßergebnissen.

Bei der **Grobstruktur-** oder **Large Eddy Simulation** (LES) werden in einer dreidimensionalen, instationären Rechnung alle über einer bestimmten Größe liegenden Wirbel direkt numerisch behandelt. Kleinere, dissipative Skalen, die in ihrer Struktur weniger anisotrop sind als die

großen, energietragenden Wirbel, werden durch sogenannte subgrid-scale Modelle modelliert. Einen Überblick über die LES geben Breuer [12] oder Piomelli und Chasnov [78].

Die Anwendung der LES auf die auch hier in Kapitel 4 behandelte Berechnung der Bypass-Transition an der ebenen Platte ohne Druckgradient beschreiben Yang und Voke [137], [138]. Weitere Arbeiten [139], [130] und [131] beschäftigen sich mit der Simulation der Transition in einer abgelösten Scherschicht über Formierung einer Ablöseblase in der Strömung um eine ebene Platte mit Halbkreisvorderkante. Auch dieser Testfall wird in der vorliegenden Arbeit in Kapitel 4.5 behandelt.

Probleme bereitet die LES nicht nur wegen des großen Bedarfs an Rechenleistung, sondern auch wegen der Formulierung der zeitabhängigen Randbedingungen sowie der Behandlung des wichtigen wandnahen Bereichs, wenn die Skalen kleiner als die Filterweite werden. Da bei räumlich variabler Filterweite zusätzliche Terme in den Gleichungen entstehen, die diese verkomplizieren, wurden bisher Large-Eddy-Simulationen hauptsächlich in Verbindung mit Wandfunktionen angewendet. Eine Ausnahme machen die oben genannten Arbeiten von Yang und Voke, in denen keine Wandfunktionen verwendet werden.

Abschließend läßt sich sagen, daß beide Vorgehensweisen für die meisten praktisch relevanten Problemfälle noch einen zu hohen numerischen Aufwand bedeuten, aber ihren wichtigen Beitrag zur Weiterentwicklung von Turbulenzmodellen im allgemeinen sowie dem weiteren Verständnis der Transition im speziellen leisten können.

### 2.2.2 Berechnung transitionaler Strömungen mit Reynoldsspannungsmodellen

Reynoldsspannungsmodelle (RSM) lösen für jede Komponente des noch zu behandelnden Reynoldsspannungstensors eine eigene Transportgleichung und sind damit aufgrund der höheren Modellierungsebene und der besseren Beschreibung der physikalischen Vorgänge, wie beispielsweise der Anisotropie der Turbulenz, den nachstehend behandelten Wirbelviskositätsmodellen überlegen.

Für die Berechnung transitionaler, wandgebundener Strömungen eignen auch sie sich nur, wenn die wandnahe Schicht numerisch aufgelöst und nicht mittels einer Wandfunktion überbrückt wird. Eine solche sogenannte Low-Reynolds Erweiterung schlagen beispielsweise Launder und Tselepidakis [60] vor, und sie vergleichen die Resultate der Berechnung einer Kanalströmung mit DNS-Daten.

Die Anwendung eines solchen erweiterten RSMs auf die Bypass-Transition wird von Savill [94]-[106] an der ebenen Plattenströmung ohne und mit Druckgradient mit im Vergleich zu den Messungen sehr guten Ergebnissen durchgeführt. Allerdings konnten Westin und Henkes [134] die guten Ergebnisse dieses Modells nicht bestätigen und auch Savill [105] selber weist auf die starke Gitterabhängigkeit der Resultate hin. Die besten Ergebnisse werden erzielt, wenn das Rechengebiet in Querrichtung etwa die Ausdehnung der Grenzschichtdicke  $\delta$  hat und am Grenzschichtrand über Dirichlet Randbedingungen der Verlauf des Turbulenzgrades vorgeschrieben wird.

Westin und Henkes verwenden außerdem das Hanjalić, Jacirlić und Hadžić (HJH) Modell ([41]) in einem Grenzschichtrechenverfahren zur Berechnung der transistionalen Strömung um eine ebene Platte bei verschiedenen Außenturbulenzgraden und berichten von einer falschen Abhängigkeit der Transitionslage vom variierten Freistromturbulenzgrad.

Hadžić [34] verwendet in seiner Dissertation das gleiche HJH-Modell zur Berechnung der Umströmung der ebenen Platte mit scharfer und Halbkreisvorderkante bei verschiedenen Turbulenzgraden und erwähnt Schwierigkeiten des Modells bei Turbulenzgraden von etwa 3 % und kleiner. Bei der Berechnung des Falls der scharfkantigen Platte mit Druckgradient weist er auf den großen Einfluß der Eintrittsrandbedingung für das turbulente Längenmaß auf die Transition hin, ohne jedoch auf den sich dann einstellenden Abfall des Freistromturbulenzgrades im Vergleich zu den Messungen einzugehen.

### 2.2.3 Berechnung transistionaler Strömungen mit Zweigleichungsmodellen

#### Standard $k - \epsilon$ Modell

Zweigleichungsturbulenzmodelle gehen zurück auf das bekannte Standard  $k - \epsilon$  Modell nach Launder und Spalding [61], welches zur Berechnung der durch die später beschriebene Reynoldssche Mittelung auftretenden Reynoldsschen Scheinspannungen zwei Transportgleichungen für die turbulente kinetische Energie  $k$  und deren Dissipationsrate  $\epsilon$  verwendet. Es gilt für hohe turbulente Reynoldszahlen und wird daher bei wandnahen Strömungen in Verbindung mit einer Wandfunktion eingesetzt, die, in der wandnächsten Zelle des Rechengitters angewendet, die viskose Unterschicht und die Übergangsschicht der Grenzschicht überbrückt. Diese Wandfunktion setzt das Vorhandensein einer vollentwickelten turbulenten Strömung voraus, so daß das Standard  $k - \epsilon$  Modell in dieser Kombination nicht für die Berechnung der Transition eingesetzt werden kann.

#### Erweiterte Zweigleichungsmodelle

Aufgrund der Annahme *eines integralen*, den Frequenzinhalt der turbulenten Strömung nicht weiter berücksichtigenden, Zeit- und Längenmaßes im Rahmen der später noch beschriebenen Modellierung der Reynoldsspannungen in Wirbelviskositätsmodellen ist die Berechnung der natürlichen Transition, bei der es ja zu einer Instabilität *bestimmter* Frequenzen kommt, nicht möglich.

Wie oben schon angesprochen, kann jedoch für kleine Reynoldszahlen, die im wandnahen Bereich zwangsläufig immer vorliegen, mit Hilfe erweiterter „low-Reynolds Turbulenzmodelle“ eine über die Diffusion von Freistromturbulenz in die Grenzschicht eingeleitete Pseudotransition berechnet werden, wenn der Außenturbulenzgrad einen bestimmten Wert von mindestens 1% überschreitet. Die tatsächlich stattfindenden Mechanismen, wie sie mit Hilfe der LES für Bypass-Transition beschrieben wurden (siehe [105]), werden hier nur über ihre Auswirkungen auf die, den Ingenieur interessierenden, mittleren Größen wiedergegeben. Hierbei sind diese Modelle in der Lage, den Umschlag aus sich heraus und ohne weitere empirische Kriterien für

den Transitionsbeginn und die Länge des Gebietes vorherzusagen. Da sie ursprünglich aber nicht für Transitionsberechnungen entwickelt worden sind, sondern das wandnahe Verhalten des Übergangs von der viskosen Schicht in die vollturbulente Außenströmung richtig wiedergeben sollen, ist es nicht selbstverständlich, daß die dafür verwendeten low-Reynolds Funktionen gleichzeitig und auch gleich richtig den Übergang der laminaren in die turbulente Grenzschicht modellieren.

Entsprechend beschäftigen sich erste Arbeiten von Patel et al. [77] mit dem Verhalten dieser Modelle in Wandnähe vollturbulenter Strömungen durch Verwendung in parabolischen Grenzschichtrechenprogrammen und Vergleich mit Messungen.

Sieger ([115], [116] und [118]) verwendet zahlreiche low-Reynolds Turbulenzmodelle in einem ebenfalls parabolischen Programm zur Berechnung transistionaler Strömungen und empfiehlt als beste Modelle die von Lam und Bremhorst [57] (LB) sowie Launder und Sharma [58] (LS). Weiterhin als günstig für die verbesserte Vorhersage der Länge des Transitionsgebietes werden Modifikationen des Produktionsterms der turbulenten kinetischen Energie nach Schmidt und Patankar [111]-[113] bewertet.

Auch Fujisawa [30] untersucht in einem Grenzschichtprogramm mehrere low-Reynolds Versionen des  $k-\epsilon$  Modells und empfiehlt ebenfalls die Modelle von Lam und Bremhorst sowie Launder und Sharma, weist jedoch auf Schwierigkeiten bei Strömungen mit Druckgradienten hin.

Die transistionale ebene Plattenströmung bei 3% und 6% Turbulenzgrad wird auch von Theodoridis [127] mit parabolischen Gleichungen und verschiedenen Modellen behandelt. Sie präferieren das Modell LS, weisen jedoch auf den starken Einfluß der für die Grenzschichtberechnung notwendigen und im allgemeinen unbekannten Eintrittsrandbedingung für alle Größen bei schon endlicher laminarer Grenzschichtdicke hin.

Einen der ersten Ansätze zu einer elliptischen Berechnung der Plattentransition in einem Navier-Stokes Verfahren machen Dailey und Jennions [23] mit dem LB Modell, wobei der Eintritt des Rechengebietes mit der Plattenvorderkante zusammenfällt. Sie berichten von Konvergenzproblemen mit diesem Modell und von dem Einfluß des minimalen Wandabstands der wand nächsten Gitterlinie sowie der Start-Reynoldszahl der in Strömungsrichtung ersten Zelle.

Einen weiterführenden Ansatz machen Chen, Lien und Leschziner [16] mit einem kubischen, nichtlinearen Wirbelviskositätsmodell ([22]). Dieses vermeidet die Nachteile linearer Modelle in Staupunktströmungen und bei Anisotropie der Turbulenz und wird von den Autoren in einem elliptischen Verfahren auf die Bypass-Transition an der ebenen Platte ohne und mit Druckgradient sowie mit Halbkreisvorderkante angewendet. Allerdings sind die Ergebnisse an der scharfkantigen ebenen Platte im Vergleich zu den Messungen kaum besser, als sie mit dem linearen LS Modell erzielt wurden. In einer späteren Arbeit [17] verwenden die Autoren dieses Modell erfolgreich auf die Berechnung der Umströmung von Verdichter- und Turbinenprofilen nahe den Auslegungsbedingungen, wo aber auch das lineare Modell gute Ergebnisse liefert, berichten aber von Unzulänglichkeiten bei der Berechnung von „off-design“-Bedingungen mit starker Ablösung.

Bei dem fraglos vorhandenen Potential dieser nichtlinearen Modelle liegt ihr Nachteil nicht so sehr in dem leicht erhöhten, aber im Vergleich zu RSM immer noch deutlich geringeren numerischen Aufwand gegenüber linearen Ansätzen, als vielmehr in der Schwierigkeit der numerisch stabilen Implementierung, wie Bauer [7] zeigt.

### Zweischichten $k - \epsilon$ Modell

Zweischichtenmodelle, eine Kombination aus einem Zwei- mit einem Eingleichungsmodell, (siehe beispielsweise Rodi [86],[90]) basieren ebenfalls auf dem Standard  $k-\epsilon$  Modell, überbrücken jedoch die wandnächste Schicht nicht mit einer Wandfunktion, sondern lösen die Gleichung für die turbulente kinetische Energie bis an die Wand und lösen zusätzlich eine empirische Beziehung für das integrale Längenmaß in Wandnähe. Durch die empirische Vorgabe der Längenmaßverteilung in Wandnähe ist der Diskretisierungsaufwand kleiner und außerdem eine bessere Konvergenz des numerischen Verfahrens im Vergleich zur Verwendung von low-Reynoldsmodellen zu erwarten, da die steilen Gradienten der Dissipationsrate  $\epsilon$ , für die bei letzteren eine Transportgleichung gelöst wird, nicht aufgelöst werden. In einem bestimmten Abstand von der Wand, ausgedrückt über das Verhältnis der turbulenten zur molekularen Viskosität  $\mu_t/\mu$  oder den dimensionslosen Wandabstand  $y^+$ , gehen sie in das Standardmodell über.

Ein solches Zweischichtenmodell zur Berechnung von Bypass-Transition schlägt Sieger [117] vor. Darin wird zur Berechnung der Wirbelviskosität als Geschwindigkeitsmaß nicht, wie allgemein üblich, die Wurzel der turbulenten kinetischen Energie  $k$  verwendet, sondern nach einem Vorschlag von Durbin [26] die Fluktuationen der wandnormalen Geschwindigkeitskomponente  $\sqrt{v'^2}$  herangezogen, die allerdings aus der Lösung der Transportgleichung für die turbulente kinetische Energie  $k$  über eine empirische Korrelation berechnet werden. Die Modellierung des Transitionsgebiets erfolgt über die Multiplikation einer Intermittenzfunktion  $0 \leq \gamma \leq 1$  mit der Wirbelviskosität  $\mu_t$ . Diese Intermittenzfunktion wird über empirische, aus dem Abu-Ghannam und Shaw [3] Kriterium und aus neueren Messungen abgeleitete Formeln bestimmt und berücksichtigt den Einfluß des Druckgradienten und des Turbulenzgrades. Angewendet wird dieses Modell in [117] zur Vorhersage des direkten Umschlags an der ebenen Platte ohne und mit Druckgradient.

Ein sehr ähnliches Modell, basierend auf dem genannten Zweischichtenansatz und der Verwendung einer Intermittenzfunktion, verwendet Papanicolaou ([74],[75],[76]) zur Berechnung einer laminar ablösenden und turbulent wiederanlegenden Strömung um eine ebene Platte mit Halbkreisvorderkante und erzielt eine gute Übereinstimmung der Länge der Ablöseblase mit experimentellen Ergebnissen. Hier wird die Intermittenzfunktion aus einer Beschreibung der Produktion von Turbulenzflecken nach Emmons ([27]) sowie einem empirischen Kriterium für das Einsetzen der Transition in Abhängigkeit von der (korrekten) Vorhersage des Ablösepunktes und integraler Grenzschichtgrößen bestimmt.

Gemeinsam ist beiden Modellen, daß sie sich zur Berechnung transitionaler Strömungen nur in Verbindung mit einem empirischen Umschlagskriterium, welches sich aber für die beiden Strömungsfälle unterscheidet, eignen.

### 2.2.4 Berechnung transistionaler Strömungen mit Eingleichungsmodellen

Abgesehen von dem oben erwähnten Einsatz von Eingleichungsmodellen in Kombination mit Zweigleichungsmodellen in Form eines Zweischichtenansatzes, werden erstere auch alleine zur Berechnung der Transition verwendet. Hierbei wird üblicherweise eine Transportgleichung für die turbulente kinetische Energie gelöst und das turbulente Längenmaß algebraisch vorgegeben. Ein solches Modell schlagen Deyle und Grundmann [25], basierend auf Untersuchungen von Grundmann und Nehring [32], vor. Dem Umschlagsgebiet wird darin durch richtungsvariierende Dämpfungsfunktionen Rechnung getragen und das Modell erfolgreich auf Plattenströmungen in Grenzschichtrechenprogrammen angewendet. Die Allgemeingültigkeit insbesondere der algebraischen Formulierung des Längenmaßes ist jedoch als kritisch zu bewerten.

### 2.2.5 Berechnung transistionaler Strömungen mit empirischen Korrelationen

Aus der Vielzahl existierender und aus Messungen abgeleiteter empirischer Korrelationen, die sich als Transitionskriterium anbieten, sollen hier zwei der wichtigsten erwähnt werden (für eine Übersicht siehe Sieger [118]). Zum einen ist dies das bekannte Abu-Ghannam und Shaw [3] Kriterium, mit welchem der Transitionsstart, ausgedrückt über die mit der Impulsverlustdicke gebildete Reynoldszahl  $Re_{\delta_2}$ , in einer unbeschleunigten Plattenströmung mit

$$Re_{\delta_2, \text{Start}} = 163 + \exp(6.91 - 100 \cdot \overline{Tu}), \quad \text{mit } Tu \text{ in } [\%] \quad (2.6)$$

angegeben wird. Das Ende des Umschlagsgebiets wird über

$$Re_{\delta_2, \text{Ende}} = 2,667 \cdot Re_{\delta_2, \text{Start}} \quad (2.7)$$

mit dem Startpunkt korreliert. Abweichend dazu schlägt Mayle [66] in seiner Übersichtsarbeit

$$Re_{\delta_2, \text{Start}} = 400 \cdot Tu^{-5/8} \quad (2.8)$$

als Start-Reynoldszahl vor. Der hiermit berechnete Ort des Transitionsbeginns liegt, insbesondere bei hohen Turbulenzgraden, bei etwas kleineren Impulsverlustdicken-Reynoldszahlen.

Den Einfluß eines Druckgradienten modellieren Abu-Ghannam und Shaw über den Pohlhausen-Parameter. Da der Turbulenzgrad als wesentliche Information in obige Korrelationen eingeht, dieser aber eine Funktion mindestens des Ortes ist, wird in [3] ein aus dem Wert an der Vorderkante und dem betrachteten Ort arithmetisch gemittelter Turbulenzgrad  $\overline{Tu}$  für Gleichung (2.6) empfohlen. Die Wahl des geeigneten Turbulenzgrades innerhalb dieser Kriterien diskutieren ausführlich Hu und Fransson [43].



## 2.3 Zielsetzung und Auswahl der Testfälle

Nach der oben vorgenommenen Klassifizierung der Transition sowie der Darstellung der prinzipiellen Eignung verschiedener Berechnungsverfahren zur Beschreibung wichtiger Effekte der Transition setzt sich diese Arbeit zum Ziel, die Bypass-Transition unter erhöhter Außenturbulenz, wie sie in Turbomaschinen auftritt, mit Hilfe linearer, erweiterter Zweigleichungsturbulenzmodelle zu berechnen. Hierbei wird auf die Zuhilfenahme empirischer Transitionskorrelationen, von einer Ausnahme abgesehen, verzichtet und die Eigenschaft der Modelle, allein aus sich heraus die Transition in wesentlichen Merkmalen zu berechnen, diskutiert. Diese Turbulenzmodelle werden in den zweidimensionalen, elliptischen Navier-Stokes Code FASTEST implementiert und auf Testfälle angewendet, die durch aussagefähige Messungen dokumentiert sind. Aufgrund des oben genannten großen Einflusses des Turbulenzgrades auf die Transition eignen sich hier nur Datensätze, aus denen auch der Verlauf des Turbulenzgrades außerhalb der Grenzschicht ableitbar ist. Zur Lösung der Differentialgleichungen müssen Randbedingungen für die Geschwindigkeiten und auch für die beiden in dem Zweigleichungsturbulenzmodell verwendeten Variablen der turbulenten kinetischen Energie  $k$  und ihrer Dissipationsrate  $\epsilon$  gesetzt werden, so daß ein sinnvoller Vergleich zwischen Simulation und Experiment nur unter gleichen Randbedingungen erfolgen kann.

Im einzelnen sind die verwendeten Messungen die transitionale Umströmung einer scharfkantigen, ebenen Platte unter Außenturbulenzgraden von 3 und 6% (Kapitel 4), die unter den Namen T3A und T3B als Testfälle der ERCOFTAC *Special Interest Group for Laminar to Turbulent Transition & Retrtransition* spezifiziert wurden. Sie bieten die Gelegenheit der Diskussion des Einflusses von Reynoldszahl und Turbulenzgrad auf die transitionale Strömung und ihre Berechnung mit Hilfe des Programms FASTEST. Aufgrund der erkennbaren Schwäche der Modelle, die Geschwindigkeitsschwankungen in der prätransitionalen Grenzschicht korrekt zu beschreiben, wird ein Ansatz von Mayle und Schulz [70] aufgegriffen und eine eigene Transportgleichung für die nach den Autoren benannte laminare kinetische Energie in das Programm FASTEST implementiert. Da die bessere Beschreibung dieser Schwankungen für eine Umschlagsberechnung alleine noch nicht weiterhilft, wird hier, und nur hier, auf das in Kapitel 2.2.5 vorgestellte empirische Umschlagskriterium nach Abu-Ghannam und Shaw [3] zurückgegriffen. Durch die Verbindung des für Transition sonst eher ungeeigneten low-Reynolds Modells nach Chien [18] mit der laminaren kinetischen Energie und diesem Kriterium wird dann das Potential dieses Ansatzes aufgezeigt.

Außerdem wird der Einfluß der Vorderkantenprofilierung (C4) auf die Simulationsergebnisse mit Messungen von Kalfas [49]-[52] in Kapitel 4.4 verglichen. Die Berechnung der Transition in einer abgelösten Scherschicht unter Ausbildung einer Ablöseblase an einer ebenen Platte mit Halbkreisvorderkante nach Messungen von Coupland [20] (T3L6) wird in Kapitel 4.5 behandelt.

Weitere Inhalte der Arbeit sind die Behandlung von Testfällen verschiedener Reynoldszahlen und Turbulenzgrade an einer scharfkantigen Platte mit einem aufgeprägten Druckgradient (Meßdaten T3C1-5), der einen Geschwindigkeitsverlauf hervorruft, wie er typisch für *aft-loaded* Profilsaugseiten ist [94]-[106] (Kapitel 4.3). Hier wird der kombinierte Einfluß von Druckgradient und Turbulenzgrad auf die Transitionsberechnung diskutiert, und die mit den beiden Programmen FASTEST und FLUENT erhaltenen numerischen Ergebnisse werden verglichen.



Die nachlaufinduzierte Transition in ansonsten turbulenzarmer Strömung ist Inhalt der Windkanaluntersuchungen von Lee [62] unter Variation von Reynoldszahl und Abstand zweier hintereinander angeordneter NACA-Profile. Dieser Testfall wird in Kapitel 5 numerisch behandelt und mit genannten Messungen verglichen. Hier kommt das zweite, kommerzielle Navier-Stokes Verfahren, FLUENT, zum Einsatz, und es werden die beiden geeignetsten von den insgesamt fünf an den einfacheren Geometrien untersuchten Turbulenzmodelle verwendet. Der Einsatz dieses Programms ist notwendig, da es im Gegensatz zu FASTEST 2D die freie Anordnung der Blocktopologie in der Vernetzung zur Verfügung stellt.

An einer maßstäblich vergrößerten Schaufel einer Turbinenstufe hat Bario [5] LDV-Messungen in transistionaler Umströmung der Saug- und Druckseite vorgenommen und diese Daten im Rahmen der *Turbomachinery Special Interest Group* der ERCOFTAC zur Verfügung gestellt (Versuchskennung F2). Vergleiche numerischer Berechnungen mit diesen Messungen sind in Kapitel 6 zu finden. Auch diese Untersuchungen werden mit FLUENT durchgeführt, da neben der freien Blocktopologie auch die periodische Randbedingung zur Simulation benötigt wird.

Der wesentliche Unterschied vorliegender Arbeit zu vorangegangenen ist zum einen die Verwendung von elliptischen Navier-Stokes Verfahren, mit welchen ein im Vergleich zur Grenzschichtdicke großer Ausschnitt des Strömungsgebietes diskretisiert und berechnet wird, und zum anderen die Verwendung neuerer low-Reynolds Ansätze zur Turbulenzmodellierung. Durch die Wahl eines Rechengebietes, welches deutlich stromauf des untersuchten umströmten Körpers beginnt, können hier konstante Eintrittsrandbedingungen vorgegeben werden; die Entwicklung der Variablen in Strömungsrichtung muß dann das Verfahren liefern.

Im Gegensatz dazu müssen in den in älteren Arbeiten (siehe beispielsweise [118]) verwendeten Grenzschichtrechenverfahren geeignete Startprofile für alle zu lösenden Größen bei zwar gerade erst angelaufener, aber schon endlich dicker, laminarer Grenzschicht spezifiziert werden. Diese Startprofile haben je nach Lage der in Strömungsrichtung ersten Zellen einen deutlichen Einfluß auf die Simulationsergebnisse und müssen intensiv diskutiert werden ([118]). Ferner muß dort als Randbedingung am Grenzschichtrand, der die äußere Berandung des Diskretisierungsgebiets dieser parabolischen Verfahren darstellt, die reibungsfreie Geschwindigkeit  $u_\infty$  bzw. der über die Bernoulli-Beziehung erhaltene Druckgradient  $dp/dx$  sowie der Verlauf beider Turbulenzvariablen  $k$  und  $\epsilon$  vorgegeben werden. Außerdem kann ein parabolisches Verfahren nicht für Strömungen mit Ablösung und Wiederanlegen (Kapitel 4.5) verwendet werden und scheitert auch bei der in Kapitel 5 vorgenommenen Modellierung der nachlaufinduzierten Transition, wenn die Verteilung der vom Nachlauf beeinflussten Größen am betrachteten Grenzschichtrand unbekannt ist.

Die Verwendung eines vollen Navier-Stokes Verfahrens bedeutet zwar einen höheren Rechenaufwand sowie eine deutlich höhere Anforderung, da sich alle Profile und Verläufe der Variablen von selbst einstellen sollen, aber durch die alleinige Vorgabe konstanter Werte am genügend stromauf liegenden Eintritt unter Verzicht auf die Verwendung von Initialisierungs- und Startprofilen auch eine vereinfachte Vorgehensweise. Die Wahl dieser Eintrittsrandbedingungen bei solch sensiblen Vorgängen wie der Transition ist dann aber natürlich von entscheidender Bedeutung und wird in jedem Kapitel entsprechend diskutiert.

## 3 Theoretische Grundlagen

### 3.1 Grundgleichungen

Mit der allgemeinen Form der Erhaltungsgleichungen für die Masse (3.1), den Impuls (3.2) und die Energie (3.3) werden Strömungsvorgänge unter Zuhilfenahme eines die Fluideigenschaften beschreibenden Materialgesetzes vollständig beschrieben.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_i \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \rho H}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i H}{\partial x_j} = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial \tau_{ij} u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} + \rho u_i f_i \quad (3.3)$$

Hierbei werden mit  $\rho$  die Dichte des Fluids, mit  $u_i$  und  $x_i$  die Geschwindigkeit und Raumkoordinate in  $i$ -Richtung, mit  $t$  die Zeit, der statische Druck mit  $p$ , der Quellterm der Volumenkräfte in  $i$ -Richtung mit  $f_i$ , die Totalenthalpie mit  $H$  und der Wärmestromvektor mit  $q_i$  bezeichnet.

Für Newtonsche Fluide lautet der Spannungstensor  $\tau_{ij}$

$$\tau_{ij} = \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \delta_{ij} \quad (3.4)$$

mit der molekularen Viskosität  $\mu$ .

Bei genügend kleiner Machzahl ( $Ma \ll 1$ ), dem Verhältnis der Strömungs- zur Schallgeschwindigkeit, können diese Erhaltungsgleichungen durch die Annahme der Inkompressibilität vereinfacht werden. Ist außerdem das Strömungsproblem von der Temperatur unabhängig, kann die Energiegleichung entfallen, und man erhält ein vereinfachtes System partieller Differentialgleichungen (3.5), (3.6) zur Berechnung laminarer und turbulenter Strömungen Newtonscher Fluide unter der Annahme konstanter Dichte  $\rho$  und Viskosität  $\mu$ .

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + f_i \quad (3.6)$$

Die direkte numerische Lösung dieser Gleichung ist, wie in Kapitel 2.2 beschrieben, möglich, scheitert jedoch bei den in technischen Fragestellungen auftretenden hohen turbulenten Reynoldszahlen meist an dem zu hohen numerischen Aufwand hinsichtlich Rechenzeit und Speicherplatzbedarf, der notwendig ist, um auch die kleinsten vorkommenden Wirbelelemente aufzulösen. Außerdem besteht das Problem der Spezifizierung von geeigneten Anfangs- und Randbedingungen auch für die kleinsten Skalen [45].

## 3.2 Turbulenzmodell

Die im Rahmen dieser Arbeit eingesetzten Turbulenzmodelle gehören zu der Klasse der statistischen Modelle, deren Grundgedanke unter der Annahme der Existenz eines statistischen Mittelwertes die Zerlegung der Momentanwerte von Strömungsgrößen  $\phi$  in einen Mittelwert und seine Schwankungsgröße und die anschließende Zeitmittelung, die sogenannte Reynoldsche Mittelung, ist.

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (3.7)$$

Unter Anwendung dieser Mittelung erhält man für die im Rahmen dieser Arbeit betrachteten stationären und inkompressiblen Strömungen das Gleichungssystem

$$\frac{\partial(\bar{u}_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial(\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \overline{u'_i u'_j} \right) \quad (3.9)$$

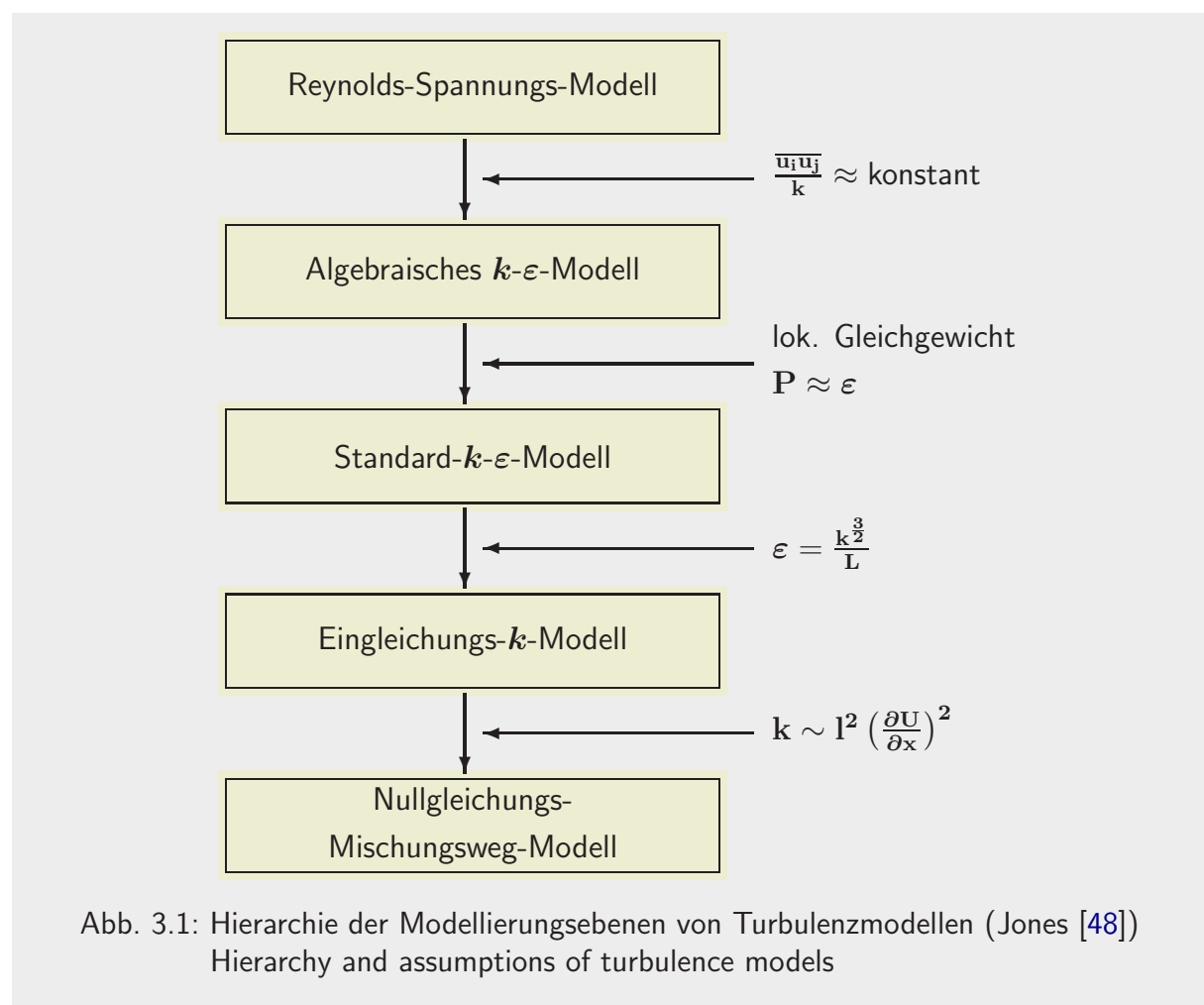
Durch die Mittelung hat sich die Struktur des Gleichungssystems nicht verändert, aber es tritt als zusätzliche Unbekannte der Term  $\overline{u'_i u'_j}$  auf, der als Reynoldsspannungstensor bezeichnet wird. Zur Schließung des Gleichungssystems müssen diese Scheinspannungen beschrieben werden, wozu verschiedene Ansätze existieren (siehe z.B. [45]), die sich in zwei Gruppen unterteilen:

- Bestimmung einer Erhaltungsgleichung für den Reynoldsspannungstensor und die Modellierung der dort auftretenden Korrelationen höherer Ordnung. Man spricht dann von *Reynoldsspannungsmodellen*.

- Modellierung des unbekannten Tensors  $\overline{u'_i u'_j}$  unter Verwendung des Wirbelviskositätsprinzips nach Boussinesq [10]. Hier erhält man die *Wirbelviskositätsmodelle*.

Ausgangspunkt für die *Reynoldsspannungsmodelle* sind exakte Erhaltungsgleichungen für die Komponenten des Reynoldsspannungstensors, die wiederum unbekannte Terme höherer Ordnung enthalten. Die Modellierung setzt auf einer höheren Ebene ein als bei den im Folgenden besprochenen Wirbelviskositätsmodellen, wodurch weitere physikalische Effekte wie beispielsweise die Anisotropie der Turbulenz, Produktion von Turbulenz infolge Normalspannungen und Effekte der Stromlinienkrümmung und Rotation auf die Turbulenz besser erfaßt werden. Die höhere Modellierungsgenauigkeit wird erkaufte durch einen größeren numerischen Aufwand, bedingt nicht nur durch die größere Anzahl der zu lösenden Transportgleichungen, sondern im allgemeinen auch durch eine relaxationsbedingt geringere Konvergenzgeschwindigkeit im Vergleich zu den numerisch robusteren Zweigleichungsmodellen.

Die *Wirbelviskositätsmodelle* lösen das Schließungsproblem der Turbulenz durch eine direkte Modellierung des Reynoldsspannungstensors unter Zuhilfenahme der Wirbelviskosität, mit welcher die turbulenten Spannungen analog den viskosen Spannungen proportional zur Scher-



rate gesetzt werden. Die turbulente Viskosität ist hierbei im Gegensatz zur molekularen keine Stoffgröße, sondern vom Strömungszustand abhängig.

Der daraus resultierende Gradientenflußansatz (3.10) lautet in seiner einfachsten Form, in der nur die linearen Terme einer allgemeinen konstitutiven Gleichung ([7]) berücksichtigt werden, nach Boussinesq [10]

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad , \quad (3.10)$$

wobei die hierin verwendete turbulente kinetische Energie  $k$  durch die Spur des Reynoldsschen Spannungstensors (3.11) definiert ist.

$$k = \frac{1}{2} (\overline{u'_i u'_i}) \quad (3.11)$$

Die Berechnung der noch unbekannten Wirbelviskosität  $\mu_t$  in (3.10) führt dann über dimensionsanalytische Betrachtungen, die Annahme von Gleichgewichtsturbulenz sowie der Isotropie kleiner Skalen zu der Existenz eines charakteristischen Zeitmaßes (3.12) und integralen Längenmaßes (3.13) für die Ausdehnung der großen Wirbel (Janicka [45])

$$T = \frac{k}{\tilde{\epsilon}} \quad (3.12)$$

$$L = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\tilde{\epsilon}} \quad , \quad (3.13)$$

die mit Hilfe zweier modellierter Transportgleichungen für die turbulente kinetische Energie  $k$  (3.15) sowie ihre Dissipationsrate  $\epsilon$  (3.16) über die Beziehung (3.14) beschrieben werden. Hierbei werden insbesondere im Falle der Gleichung für die Dissipationsrate etliche heuristische Annahmen getroffen, mit Hilfe derer die Gleichung 3.16 aus einer exakten Gleichung abgeleitet wird ([35]).

$$\mu_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\tilde{\epsilon}} \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial(\rho \bar{u}_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P - \rho \epsilon \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial(\rho \bar{u}_j \tilde{\epsilon})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial x_j} \right] + C_{\epsilon 1} f_1 \frac{\tilde{\epsilon}}{k} P - \rho C_{\epsilon 2} f_2 \frac{\tilde{\epsilon}^2}{k} + \rho E \quad (3.16)$$

Hierbei handelt es sich bei dem Term  $P$  in Gleichung (3.15) und (3.16) um die Produktionsrate der turbulenten kinetischen Energie, welche über

$$P = \mu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad (3.17)$$

ausgedrückt wird.

Werden zunächst die Funktionen  $f_\mu$ ,  $f_1$  und  $f_2$  zu Eins gesetzt und die Terme  $D$  und  $E$  der Beziehungen

$$\epsilon = \tilde{\epsilon} + D \quad (3.18)$$

und (3.16) zu Null, so beschreiben die Gleichungen (3.14) bis (3.16) das Standard  $k$ - $\epsilon$  Modell, welches für hohe Reynoldszahlen gilt, bei wandgebundenen Strömungen zusammen mit einer Wandfunktion angewendet wird und für Transitionsrechnungen ungeeignet ist (siehe Kapitel 2.2.3). Zusätzlich wird im Standardmodell üblicherweise noch der molekulare Diffusionsterm in den Gleichungen (3.15) und (3.16) vernachlässigt.

Den Einfluß der sich in Wandnähe verringenden Reynoldszahl berücksichtigen die **low-Reynolds Erweiterungen des  $k - \epsilon$  Modells** durch Einführung der genannten drei low-Reynolds Funktionen. Ihr Wert strebt für hohe Reynoldszahlen gegen eins, so daß diese Modelle für große Wandabstände in das Standardmodell übergehen. Da diese Funktionen die dämpfende Wirkung bei Annäherung an die Wand abzubilden haben, werden sie üblicherweise über die beiden turbulenten Reynoldszahlen  $Re_t$  und  $Re_y$  oder den dimensionslosen Wandabstand  $y^+$  ausgedrückt.

$$Re_t = \frac{k^2}{\nu \tilde{\epsilon}} \quad (3.19)$$

$$Re_y = \frac{\sqrt{k} y}{\nu} \quad (3.20)$$

$$y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu} = \frac{y \sqrt{\tau_w / \rho}}{\nu} \quad (3.21)$$

Der Einfluß dieser Funktionen und ihre physikalische Bedeutung kann folgendermaßen zusammengefaßt werden (siehe auch Patel et al. [77], Singer [120], Rodi [90] und Rousseau et al. [91]):

- $f_\mu$ : Die beiden voneinander unabhängigen Phänomene, zum einen der direkte Einfluß molekularer Viskosität, zum anderen die Arbeit der fluktuierenden Druckkräfte, die beide die Scherspannung in Wandnähe verringern, werden zusammengekommen modelliert und mit Hilfe der genannten Größen  $Re_t$ ,  $Re_y$  oder  $y^+$  über die Dämpfungsfunktion  $f_\mu$  abgebildet. Dabei weisen Patel et al. [77] darauf hin, daß die Arbeit der fluktuierenden Druckkräfte in erster Näherung unabhängig von der Viskosität und eigentlich nicht mit den Reynoldszahlen oder dem Wandabstand zu korrelieren ist.
- $f_1$ : Die Funktion  $f_1$  erhöht die Dissipation in Wandnähe und beeinflusst damit den Produktions-term der  $\epsilon$ -Gleichung (3.16). In den hier angewandten Modellen verwenden nur zwei eine Funktion  $f_1 \neq 1$ .
- $f_2$ : Der auf kleine turbulente Reynoldszahlen ( $Re_t < 15$ ) beschränkte Einfluß dieser Funktion modelliert die Änderung des Abfalls von Turbulenz in seinem letzten Stadium durch Aufnahme dieser Effekte in den Vernichtungsterm der  $\epsilon$ -Gleichung. Außerdem verhindert diese Funktion durch einen quadratisch zur Wand abnehmenden Wert, daß der Senkenterm in Gleichung (3.16) bei verschwindendem Abstand zur Wand gegen unendlich geht.
- E: Wo verwendet, vergrößert dieser Term alternativ zu der Funktion  $f_1$  die Dissipationsrate in der Übergangsschicht einer Grenzschicht und führt damit zu einem niedrigeren Maximum der turbulenten kinetischen Energie in dieser Region.

In der vorliegenden Arbeit werden fünf Modelle für die Untersuchungen ausgewählt. Die Auswahl basiert zum einem auf älteren Arbeiten (z.B. Sieger [118]) und den dort erzielten Aussagen bezüglich der Eignung der einzelnen – und insbesondere schlechten Eignung etlicher – low-Reynolds Modelle für die Berechnung des direkten Umschlags. Nach den Erkenntnissen dieser Arbeiten werden die beiden weit verbreiteten Modelle von Chien [18] (CH) und von Lam und Bremhorst [57] (LB) ausgewählt und ihre Anwendbarkeit in Navier-Stokes Programmen untersucht. Ferner kommen neuere Ansätze zur Anwendung, wie die Modelle von Abid [2] (AB) und Biswas und Fukuyama [8] (BF), welche, soweit veröffentlicht, beide bisher erst in dem Fall der ebenen Plattenströmung (T3A und T3B) auf die Berechnung der Bypass-Transition angewendet wurden. In der Veröffentlichung von Unger und Stoffel [129] wird dazu ein Navier-Stokes Programm benutzt, während in den Arbeiten [2] und [8] weniger universell einsetzbare parabolische Programme zur Grenzschichtberechnung Anwendung finden. Das zusätzlich ausgesuchte Modell von Chang et al. [13] (CHC) wurde, soweit bekannt, außer in [129] noch in keinem weiteren Fall für Umschlagsberechnungen getestet.

Von den fünf ausgewählten ist das Modell CH das einzige, welches den isotropen Part der Dissipationsvariable  $\tilde{\epsilon}$  benutzt, die mit der Dissipationsrate  $\epsilon$  in Beziehung (3.18) steht. Es ist außerdem das einzige Modell, bei welchem der dimensionslose Wandabstand  $y^+$  als Parameter für die Formulierung der Dämpfungsfunktion  $f_\mu$  auftaucht und welches die genannten Terme

$E$  und  $D$  verwendet. Alle empirischen Konstanten und low-Reynolds Funktionen wie auch die zusätzlichen Terme  $E$  und  $D$  sind in den Tabellen 3.1 und 3.2 zusammengefaßt. Aus diesen ist zu entnehmen, daß die anderen Modelle die Dämpfungsfunktionen über die beiden turbulenten Reynoldszahlen der Gleichungen (3.19) und (3.20) ausdrücken. Sie vermeiden damit den Nachteil der Formulierung der Funktion  $f_\mu$  über die Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_\tau$ , die zu einem Singularitätsproblem in ablösenden Strömungen führt. Dort am Ablösepunkt und, wenn vorhanden, dem Wiederanlegepunkt verschwindet die Wandschubspannung und damit die Funktion  $f_\mu$  in allen Rechenzellen, die den geringsten Wandabstand zu einem der genannten Punkte haben.

Weiterhin vertreten Savill [105] und Fujisawa [30] die Auffassung, daß eine Abhängigkeit der Funktion  $f_\mu$  von Parametern wie der turbulenten Reynoldszahlen  $Re_t$  und  $Re_y$ , die ein Maß für die turbulente Aktivität an einer beliebigen Stelle der Strömung darstellen, eher als eine Abhängigkeit vom Ort selbst geeignet ist, transitionale Strömungen zu beschreiben. Die vorliegende Arbeit bestätigt diese These, und es wird folgerichtig neben dem Modell von Chien (CH) kein weiteres Modell mit einer  $y^+$ -Abhängigkeit ausgewählt. Zwei Modelle, LB und BF, verwenden von dem Wert eins verschiedene Funktionen  $f_1$ , deren Auswirkung noch diskutiert wird. Die Funktionen  $f_2$  sind ebenfalls in Tabelle 3.2 gegeben, wobei davon ausgegangen wird, daß die Klammer um den Term  $[1 - 2/9 \exp(-Re_t^2/36)]$  in der Originalveröffentlichung [2] vergessen wurde.



Modell	$D$	$E$	$\epsilon_w - \text{R. B.}$	$C_\mu$	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	$\sigma_k$	$\sigma_\epsilon$
CH	$2\nu \frac{k}{y^2}$	$-2\nu \frac{\tilde{\epsilon}}{y^2} \exp(-0.5y^+)$	$\tilde{\epsilon} = 0$	0.09	1.35	1.8	1.0	1.3
LB	0	0	$\nu \frac{4k}{y^2} - \epsilon$	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3
AB	0	0	$-\epsilon$	0.09	1.45	1.83	1.0	1.4
CHC	0	0	$-\epsilon$	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3
BF	0	0	$-\epsilon$	0.09	1.46	1.9	1.4	1.3

Tab. 3.1: Funktionen,  $\epsilon_w$ -Randbedingung und Modellkonstanten der low-Reynolds Modelle  
Functions,  $\epsilon_w$ -boundary condition and constants of low-Reynolds models

Modell	$f_\mu$	$f_1$	$f_2$
CH	$1 - \exp(-0.0115y^+)$	1.0	$1 - 0.22 \exp\left(-\frac{\text{Re}_t^2}{36}\right)$
LB	$[1 - \exp(-0.0163 \text{Re}_y)]^2 \left(1 + \frac{20}{\text{Re}_t}\right)$	$1 + \left(\frac{0.055}{f_\mu}\right)^3$	$1 - \exp(-\text{Re}_t^2)$
AB	$[\tanh(0.008 \text{Re}_y)] \left(1 + \frac{4}{\text{Re}_t^{3/4}}\right)$	1.0	$\left[1 - \frac{2}{9} \exp\left(-\frac{\text{Re}_t^2}{36}\right)\right] \left[1 - \exp\left(-\frac{\text{Re}_y}{12}\right)\right]$
CHC	$[1 - \exp(-0.0215 \text{Re}_y)]^2 \left(1 + \frac{31.66}{\text{Re}_t^{5/4}}\right)$	1.0	$[1 - 0.01 \exp(-\text{Re}_t^2)] [1 - \exp(-0.0631 \text{Re}_y)]$
BF	$[1 - \exp(-\frac{\text{Re}_t}{150})] \left(1 + \frac{18.5}{\text{Re}_t}\right)$	$1 + 0.3 \exp\left[-\left(\frac{\text{Re}_t}{50}\right)^2\right]$	$[1 - 0.3 \exp(-\frac{\text{Re}_t^2}{6.5})] [1 - \exp(-0.1 \text{Re}_y)]$

Tab. 3.2: Low-Reynolds Funktionen der verwendeten Modelle  
Summary of model low-Reynolds functions

### 3.3 Asymptotisches Verhalten und Limitierung

Durch Aufstellung von Taylorreihen für die drei Komponenten der Schwankungsgeschwindigkeiten  $u'$ ,  $v'$  und  $w'$  lassen sich unter Berücksichtigung der Haftbedingung an der Wand sowie der Kontinuitätsgleichung Grenzbetrachtungen für das asymptotische Verhalten turbulenter Größen in der viskosen Unterschicht einer anliegenden turbulenten Strömung bei Annäherung an die Wand ableiten (Launder [59], Chapman und Kuhn [15]):

$$-\overline{u'v'} \sim y^3, \quad k \sim y^2, \quad \mu_t \sim y^3, \quad \epsilon \rightarrow \epsilon_w, \quad (3.22)$$

$$f_\mu \sim y^{+^{-1}}, \quad f_2 \sim y^{+^2} \quad \text{für} \quad y^+ \rightarrow 0 \quad . \quad (3.23)$$

Von den fünf angewendeten Modellen erfüllen nur das AB und CHC Modell alle Beziehungen (3.22) und (3.23), während das BF Modell eine Abhängigkeit  $f_\mu \sim y^{+^0}$  aufweist. Die Modelle CH und LB wurden nicht in Hinblick auf asymptotisch korrektes wandnahes Verhalten entwickelt ([77]).

Aufgrund der Formulierungen der low-Reynolds Funktionen kommen einige Limitierungen zum Einsatz; im Fall des Modells LB ist dies zum einen die Limitierung (3.24) und, da die Funktion  $f_\mu$  zwischen Null und Eins variieren soll, der in Gleichung (3.25) gegebene Ansatz nach Schmidt und Patankar [113].

$$f_1 = \min(f_1, 10^{10}) \quad (3.24)$$

$$f_\mu = \min(f_\mu, 1.0, 0.5 + 0.0025 \text{Re}_t) \quad (3.25)$$

Im Fall der Modelle von AB, CHC und BF wird im Programm FASTEST nur die Funktion  $f_\mu$  so limitiert, daß ihr Wert zwischen Null und Eins zu liegen kommt

$$f_\mu = \min(f_\mu, 1) \quad . \quad (3.26)$$

Nach Auskunft von Rexroth [80] wird in dem Programm FLUENT keine Limitierung der Dämpfungsfunktionen vorgenommen.

### 3.4 Randbedingungen

Eine numerische Lösung der Navier-Stokesschen Gleichungen ist nur möglich unter Spezifikation von Randbedingungen. Im Falle der ruhenden Wände sind dies die Haftbedingung für die Geschwindigkeiten und die turbulente kinetische Energie

$$u_{i,w} = k_w = 0 \quad . \quad (3.27)$$

Wie oben in (3.22) angesprochen, verschwindet die Dissipationsrate  $\epsilon$  an der Wand nicht, sondern geht gegen eine Konstante  $\epsilon_w$ . Ihr wandnahes Verhalten kann ebenfalls aus Grenzbetrachtungen abgeleitet werden ([15]) und führt zu verschiedenen möglichen numerischen Ausdrücken. In das Programm FASTEST wird für die Modelle LB, AB, CHC und BF die Randbedingung

$$\epsilon_w = \nu \frac{4k_p}{y_p^2} - \epsilon_p \quad (3.28)$$

nach [15] implementiert, die die numerisch schwierigere Formulierung  $\epsilon_w = \nu (\partial^2 k / \partial y^2)_w$  ersetzt, welche in den Originalarbeiten für das LB und AB Modell vorgeschlagen wird. Hierbei liegen mit dem Index  $p$  versehene Größen im Zentrum der wandnächsten Rechenzelle.

Im Fall des Modells CH wird die modifizierte Dissipationsrate  $\tilde{\epsilon}$  verwendet. Der Vorteil der Verwendung dieser Variablen liegt in der Tatsache, daß sie, im Gegensatz zur Dissipationsrate  $\epsilon$ , mit verschwindendem Wandabstand gegen Null geht und diese Randbedingung numerisch einfach zu implementieren ist.

Kommt das Programm FLUENT zum Einsatz, werden nur die Modelle AB und CHC verwendet. Für diese lautet die Wandrandbedingung der Dissipationsrate

$$\epsilon_w = \nu \frac{2k_p}{y_p^2} \quad . \quad (3.29)$$

Sie geht aus der Vorwärtsdifferenz 1. Ordnung der von Launder [59] vorgeschlagenen mathematischen Formulierung  $2\nu(\partial\sqrt{k}/\partial y)^2$  hervor und unterscheidet sich nach Untersuchungen von Chang et al. [14] in ihren Ergebnissen nicht von den Resultaten unter Verwendung des Ausdrucks (3.28).

Zur Bestimmung der *Eintrittsrandbedingungen* für die beiden turbulenten Größen werden zwei Vorgehensweisen gewählt: wo immer es die Dichte der aufgenommenen Meßdaten zuläßt, werden aus Gesetzen, die den Abfall des Turbulenzgrades beschreiben, die Eintrittsrandbedingungen berechnet. Dies ist möglich, da die Eintrittsränder der Rechnungen zu allen behandelten Testfällen in unbeschleunigter Strömung und genügend stromauf des umströmten Körpers liegen, so daß keine Rückwirkung zu erwarten ist. Es werden dann sogenannte "decay-laws" für in zwei Richtungen homogene Gitterturbulenz der Form

$$\text{Tu} = C \cdot \left(\frac{x}{d}\right)^{-5/7} \quad (3.30)$$

verwendet ( $d$ : hydraulischer Durchmesser des Siebmaterials;  $x$ : Abstand vom Windkanalsieb), aus denen sich in näherungsweise isotroper Strömung der Abfall der Windkanalturbulenz über

$$k = \frac{3}{2} (\text{Tu } u)^2 \quad (3.31)$$

$$= \frac{3}{2} C^2 u^2 \left( \frac{x}{d} \right)^{-\frac{10}{7}} \quad (3.32)$$

$$\epsilon = -u \frac{dk}{dx} \quad (3.33)$$

$$= \frac{30}{14} C^2 \frac{u^3}{d} \left( \frac{x}{d} \right)^{-\frac{17}{7}} \quad (3.34)$$

ergibt.

Im Fall der nicht vorhandenen Meßdaten stromauf des untersuchten Objekts kommen die vereinfachten gewöhnlichen Differentialgleichungen (3.33) und

$$u \frac{d\epsilon}{dx} = -C_{\epsilon 2} f_2 \frac{\epsilon^2}{k} \quad (3.35)$$

zur Anwendung. Sie werden in Hauptströmungsrichtung numerisch integriert, bis sich ausgehend von variierten Werten am Eintritt in das Rechengebiet der experimentell ermittelte Abfall des Turbulenzgrades außerhalb der Grenzschicht einstellt. Die sich dann an der Stelle  $x_0$  am Eintritt in das Rechengebiet einstellenden Werte  $k_0$  und  $\epsilon_0$  werden schließlich als Eintrittsrandbedingung für die numerische Simulation mit dem Navier-Stokes Programm übernommen.

Im Fall der Verwendung von *Symmetrierandbedingungen* gilt das Verschwinden der Normalableitung

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (3.36)$$

einer beliebigen Variable  $\phi$ , und diese Bedingung (3.36) wird auch zur Formulierung der *Austrittsrandbedingung* verwendet.

### 3.5 Numerisches Lösungsverfahren

Bei den beiden eingesetzten Programmen zur Strömungsberechnung, FASTEST 2D in der Version 3.6 und FLUENT 5.0.4, handelt es sich um Navier-Stokes-Verfahren der Finite-Volumen-Methode. Die diskretisierten Gleichungen erfüllen dadurch die den kontinuumsmechanischen Bewegungsgleichungen zugrundeliegenden Erhaltungsprinzipien. Aufgrund dieser konservativen Eigenschaften eignen sie sich besonders gut zur Behandlung strömungsmechanischer Problemstellungen.

Das Rechengebiet wird mittels einer Vernetzung in finite Kontrollvolumen aufgeteilt, in deren Zellenzentrum die Variablen bei nichtversetzter Anordnung später berechnet werden. Die Erhaltungsgleichungen werden über diese Kontrollvolumina integriert. Durch Anwendung des Gaußschen Satzes auf die integrale Form der Bewegungsgleichungen entstehen Oberflächenintegrale für die diffusiven Flüsse, welche mit Hilfe des Zentraldifferenzenverfahrens diskretisiert werden. Im Falle der Verwendung von FASTEST können die konvektiven Flüsse über die "flux-blending" Technik mit dem Aufwindverfahren 1. Ordnung ( $\beta=0$ , uds), dem Zentraldifferenzenverfahren 2. Ordnung ( $\beta=1$ , cds) oder unter Verwendung des Überblendparameters  $0 < \beta < 1$  mit einer Kombination des robusteren mit dem genaueren Verfahren diskretisiert werden. Die durch die Diskretisierung entstandenen linearen Gleichungssysteme werden in einem Verfahren nach Stone [124], basierend auf der unvollständigen LU-Zerlegung, iterativ gelöst. Das Druckfeld wird mit Hilfe einer Druckkorrekturgleichung unter Einbeziehung der Kontinuitätsgleichung über das SIMPLE-Verfahren bestimmt. Zur Vernetzung des Rechengebietes kommen nichtorthogonale, randangepaßte Gitter zum Einsatz, die blockstrukturiert aufgebaut sind. Hierbei ist die Blocktopologie derart festgelegt, daß der Süd- (Ost-)rand eines Blockes immer an den Nord- (West-)rand eines benachbarten Blockes angrenzt. Periodische Randbedingungen sind in dieser zweidimensionalen Version nicht implementiert.

FASTEST bietet ebenfalls die Möglichkeit der Verwendung eines nichtlinearen Mehrgitterverfahrens nach dem sogenannten "Full-Approximation-Scheme" (siehe Schäfer [109]). Diese Verfahren ermöglichen Konvergenzbeschleunigungen um mehrere Größenordnungen bei der Berechnung laminarer Strömungen. Unter Verwendung der low-Reynolds Modelle bestätigen sich jedoch die Aussagen von Schäfer [107], nach denen das Mehrgitterverfahren in diesem Anwendungsfall schwerwiegende Konvergenzprobleme hat. Diese Konvergenzprobleme steigen mit zunehmender Gitterfeinheit an, weshalb die folgenden Berechnungen ausnahmslos ohne Anwendung des Mehrgitterverfahrens durchgeführt werden.

Im Gegensatz zu FASTEST handelt es sich bei dem ansonsten ähnlich aufgebauten Programm FLUENT ([29]) um ein unstrukturiertes Verfahren, welches nicht wie ersteres für die Untersuchungen im Quelltext vorlag, aber bezüglich der verwendbaren Netze größeren Spielraum läßt. In der vorliegenden Arbeit kommt es zum Einsatz, wenn periodische Randbedingungen und eine freie Blocktopologie zur Kombination von C- mit H-Netzen benötigt werden. Als Rechenetze finden aber ebenfalls nur aus Rechteckelementen aufgebaute, blockstrukturierte Gitter ihre Anwendung, die eine höhere Genauigkeit der zu erzielenden Ergebnisse liefern, als dies mit unstrukturierten Dreieckselementen möglich ist. Von den verfügbaren Turbulenzmodellen werden mit FLUENT die beiden Modelle von Abid und Chang et al. eingesetzt, nachdem ihre Eignung für die vorliegenden Problemfälle mit FASTEST intensiv beleuchtet wird. Die

später beschriebene Modifikation des Produktionsterms in der Gleichung für die turbulente kinetische Energie sowie deren Dissipationsrate nach Kato und Launder [53] kann mit Hilfe eines zusätzlichen, benutzerdefinierten Quellterms in FLUENT eincompiliert werden. Das implementierte algebraische Mehrgitterverfahren kommt in der vorliegenden Arbeit nicht zum Einsatz.

In der Netzerzeugung wird generell darauf geachtet, daß die Änderung benachbarter Zellängen unter dem Expansionsfaktor von etwa 1,3 bleibt, um den Abbruchfehler des Diskretisierungsschemas klein zu halten. Das Längen- zu Breitenverhältnis jedes einzelnen Kontrollvolumens hat einen Einfluß auf das Konvergenzverhalten, kann aber aufgrund der notwendigen hohen numerischen Auflösung des wandnahen Bereiches zur Verwendung der low-Reynolds Erweiterungen nur in der wandfernen Außenströmung in der Größenordnung von eins gehalten werden. In der Grenzschicht steigt dieses Verhältnis auf etwa 1000 an.

Außer der Beachtung des Verlaufs der Residuen während des Iterationsprozesses werden bei den Rechnungen mit den beiden Programmen immer auch einzelne Variablen verfolgt; als praktikable Größe hat sich hier der Gesamtwiderstand empfohlen, der aus dem Verlauf der direkt durch den Umschlag beeinflussten Wandschubspannung integriert wird. Wenn die Residuen um mehrere Größenordnungen abgefallen sind und gleichzeitig die Änderung des Widerstandsbeiwerts kleiner als eine Schranke  $\Delta$  ist, wird die Lösung als auskonvergiert betrachtet und die Rechnung beendet.

Da in allen Testfällen, die im Rahmen dieser Arbeit untersucht werden, die Machzahl klein ist, kann der Einfluß der Kompressibilität vernachlässigt werden. Alle Fälle werden daher inkompressibel berechnet. Die verwendeten Eintrittsrandbedingungen und Rechenetze werden im einzelnen in den folgenden Kapiteln genannt.

### 3.6 Grenzschichtgrößen

Zur Beurteilung der in den folgenden Kapiteln behandelten Berechnungen transistionaler Strömungen werden lokale und integrale Parameter herangezogen, die den Zustand der Grenzschicht charakterisieren. Eine kompakte Darstellung erlaubt beispielsweise der Formparameter der Grenzschicht  $H_{12}$ , der Quotient aus der Verdrängungsdicke  $\delta_1$  und der Impulsverlustdicke  $\delta_2$ .

$$H_{12} = \frac{\delta_1}{\delta_2} \quad (3.37)$$

$$\delta_1 = \int_{y=0}^{\delta} \left(1 - \frac{u}{u_{\delta}}\right) dy \quad (3.38)$$

$$\delta_2 = \int_{y=0}^{\delta} \frac{u}{u_{\delta}} \left(1 - \frac{u}{u_{\delta}}\right) dy \quad (3.39)$$

Der Formparameter  $H_{12}$  läßt Rückschlüsse auf den Grenzschichtzustand zu und weist in laminarer Grenzschicht höhere Werte auf als in turbulenter. Der laminar-turbulente Grenzschichtumschlag wird durch einen Abfall des Formparameters identifizierbar. Ein bis zur Größenordnung von vier ansteigender Formparameter deutet hingegen auf Ablösung hin.

Ein weiterer, lokaler Parameter, der zur Transitionserkennung in Messung und Rechnung herangezogen wird, ist der ebenfalls dimensionslose Schubspannungsbeiwert  $C_f$ , der aus der Wand Schubspannung  $\tau_w$ , der Dichte  $\rho$  sowie einer Referenzgeschwindigkeit  $u_{\text{ref}}$  über

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{\rho}{2} u_{\text{ref}}^2} \quad (3.40)$$

gebildet wird. Als Referenzgeschwindigkeit wird hier üblicherweise die Geschwindigkeit am Grenzschichtrand  $u_{\delta}$ , oft auch als  $u_{\infty}$  bezeichnet, gewählt. Da die Grenzschichtdicke  $\delta$  aber eine geometrisch unbestimmte Größe ist und die Geschwindigkeit asymptotisch in die reibungsfreie Außenströmung übergeht, ist die Bestimmung dieser quadratisch in Beziehung (3.40) eingehenden Größe mit Schwierigkeiten verbunden. Dies gilt insbesondere bei Strömungen mit Stromlinienkrümmung, bei denen auch in der Außenströmung ein Geschwindigkeitsgradient quer zur Hauptrichtung vorliegt. Daher wird in dieser Arbeit auch von einem Schubspannungsparameter  $C_{f0}$  Gebrauch gemacht, der mit der ungestörten Anströmgeschwindigkeit am Eintritt in das Rechengbiet  $u_0$  gebildet wird.

## 4 Transitionale Strömung über die ebene Platte

Die transitionale Umströmung der scharfkantigen, ebenen Platte ist in der Vergangenheit immer wieder untersucht worden und bildete die Basis für empirische Korrelationen wie beispielsweise die in Kapitel 2.2.5 genannten Beziehungen. Auch hier bildet sie den Ausgangspunkt für eingehende Untersuchungen der Eignung von in Abschnitt 3.2 vorgestellten Modellen zur Behandlung der Transition, denn schon aus diesem geometrisch einfachen Problem lassen sich wesentliche Erkenntnisse ziehen (siehe auch Unger und Stoffel [129]). Als Referenz werden neuere Messungen von Roach und Brierley [82] herangezogen, die im Rahmen der ERCOFTAC „Special Interest Group for Laminar to Turbulent Transition & Retransition“ zur Verfügung gestellt wurden. Hierbei wird die dort verwendete Nomenklatur zur Beschreibung der Testfälle beibehalten.

In annähernd druckgradientenfreier Strömung wird der Einfluß des Außenturbulenzgrades auf die berechnete Transitionslage in den Kapiteln 4.1 und 4.2 behandelt (Testfälle T3A und T3B). Anknüpfend an den Testfall T3A der ebenen Platte wird die Auswirkung einer Variation des turbulenten Längenmaßes am Eintritt in das Rechengebiet in Abschnitt 4.1.1 diskutiert und in dem folgenden Unterkapitel 4.1.2 ein neuerer Ansatz von Mayle und Schulz [70] zur besseren Beschreibung der prätransitionalen Geschwindigkeitsschwankungen über eine eigene Transportgleichung aufgegriffen.

Der gekoppelte Einfluß von für Turbomaschinen typischen Verläufen des Druckes und typischen Bereichen des Turbulenzgrades und der Reynoldszahl in den fünf Testfällen T3C1 bis T3C5 ist Inhalt des Kapitels 4.3.

Da Strömungsprofile in der Regel eine endliche Vorderkante aufweisen, deren Einfluß bei der scharfkantigen Platte nicht berücksichtigt wird, behandelt Kapitel 4.4 deren Auswirkung.

Bezüglich der Vorderkante wieder ein Stück weg von dem üblichen Profil einer Turbomaschine bewegt sich der Testfall T3L6 einer ebenen Platte mit Halbkreisvorderkante. Dort wird der Umschlag in einer abgelösten Scherschicht unter Ausbildung einer Ablöseblase untersucht, wie er weiter stromab der Vorderkante auf einer Profilsaugseite durchaus auftreten kann (siehe Kapitel 2.1).



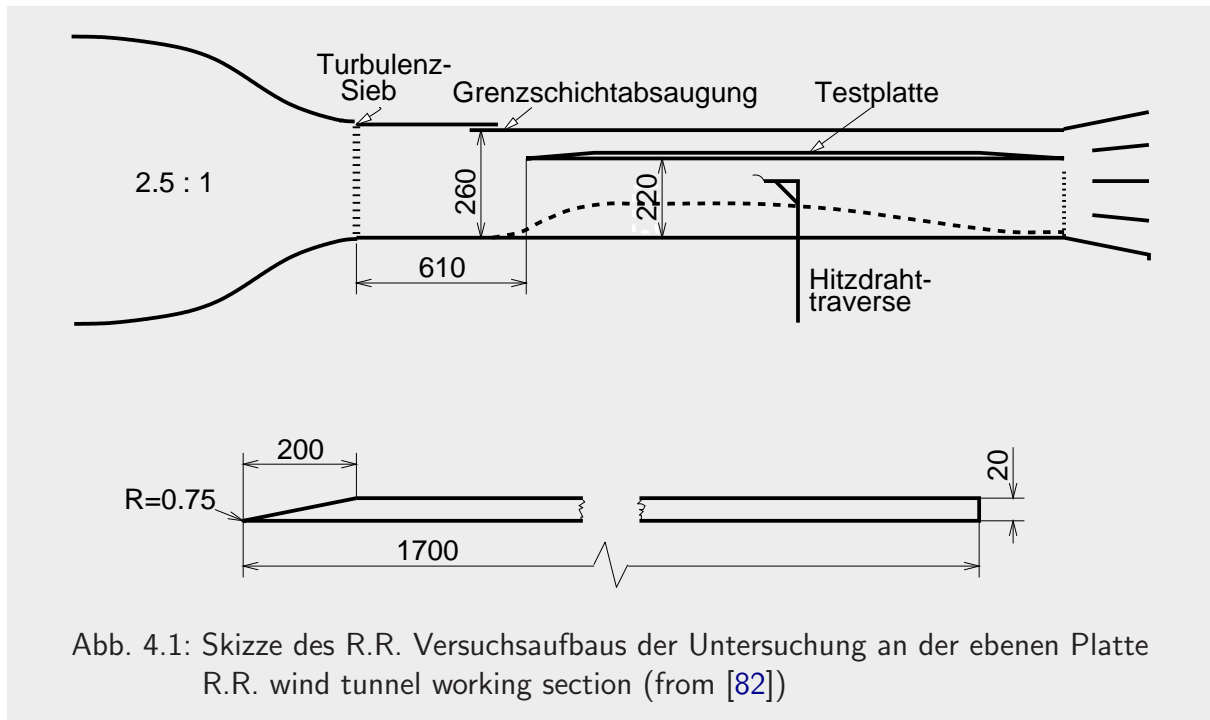
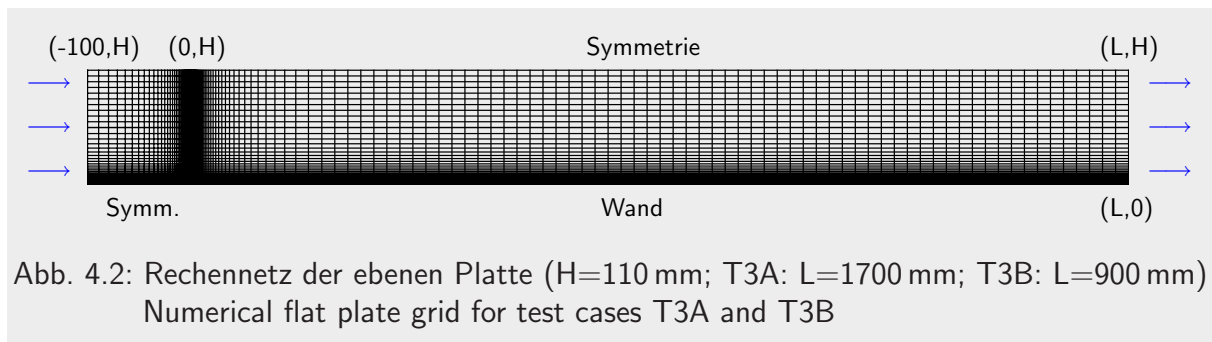


Abb. 4.1: Skizze des R.R. Versuchsaufbaus der Untersuchung an der ebenen Platte  
R.R. wind tunnel working section (from [82])

## 4.1 Strömung ohne Druckgradient bei 3% Turbulenzgrad

Bild 4.1 zeigt den Versuchsaufbau des Advanced Research Laboratory von Rolls Royce plc. zur Untersuchung der transitionalen Grenzschicht an einer ebenen Platte nach Roach und Brierley [82]. Hier wurden mit Hilfe der Hitzdrahtmeßtechnik Grenzschichttraversierungen mit Kreuz- und Eindrahtsonden zur Vermessung der drei Geschwindigkeitskomponenten und ihrer Schwankungen durchgeführt. Dadurch ist es möglich, neben dem Vergleich der Geschwindigkeiten und aus ihnen abgeleiteter Größen auch einen Vergleich von gemessenen und berechneten Schwankungsintensitäten nach Gleichung (3.11) durchzuführen. Im Testfall T3A erzeugt ein Windkanalsieb aus Draht runden Querschnitts mit  $d = 6,35 \text{ mm}$  der Maschenweite  $25,4 \text{ mm}$  im Abstand von  $610 \text{ mm}$  von der Plattenvorderkante die gewünschte Außenturbulenz.

Das zugehörige Rechennetz, dargestellt in Abbildung 4.2, ist in Wandnähe wie auch im Bereich der Vorderkante stark verdichtet und trägt somit den Anforderungen der low-Reynolds Modelle in Querrichtung und der sich entwickelnden Grenzschicht in Längsrichtung Rechnung. Im Gegensatz zu einer ähnlichen numerischen Untersuchung der ebenen Plattenströmung mit dem LB Modell von Dailey et al. [23] beginnt hier das Rechengebiet ein Stück stromauf der Vorderkante. An den oberen und unteren Rändern wird in diesem Vorlauf die Symmetriebedingung gesetzt. Um große Änderungen in den Zelllängen zu vermeiden, die sich auf das Konvergenzverhalten negativ auswirken könnten, ist die Expansionsrate der Seitenlängen aller Zellen mit  $L_i/L_{i+1} \leq 1,25$  begrenzt. Das Längen- zu Höhenverhältnis der Kontrollvolumina liegt bei maximal 1070 im gesamten Rechengebiet.



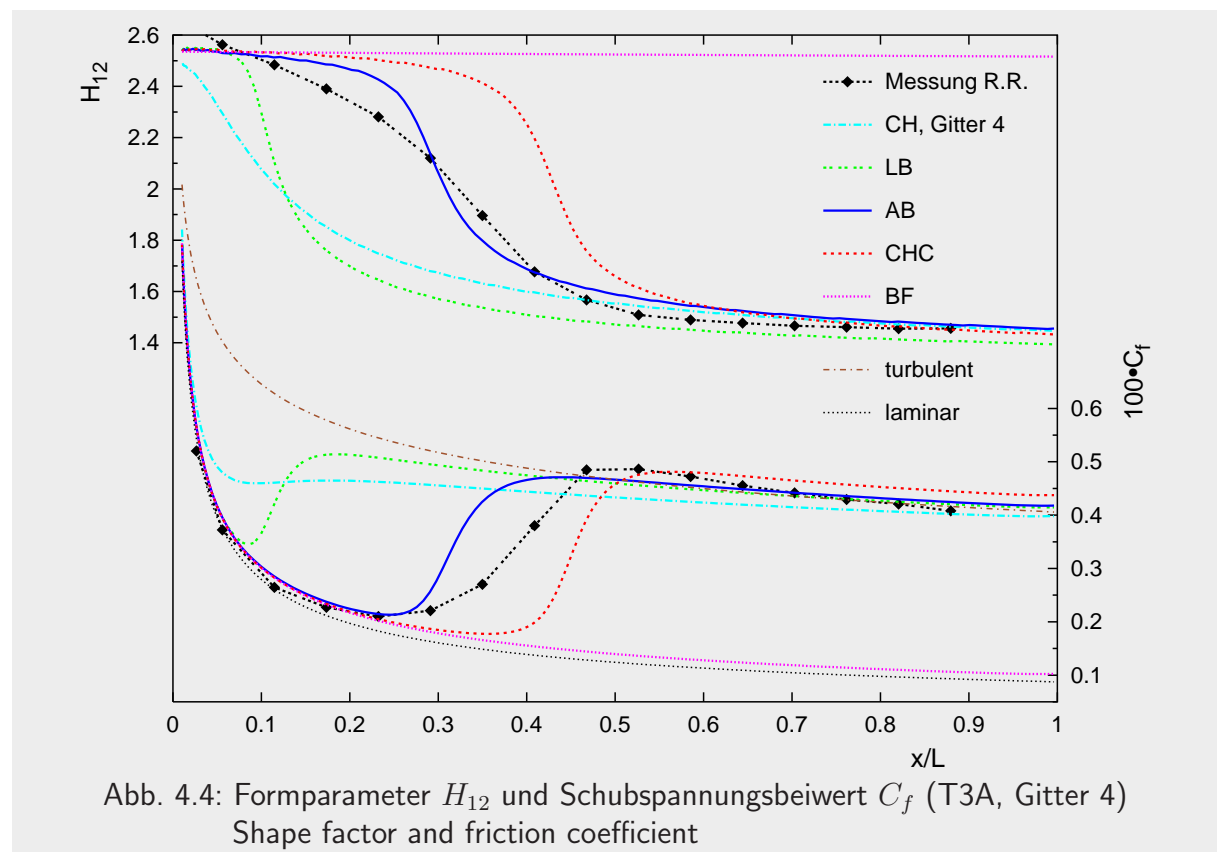
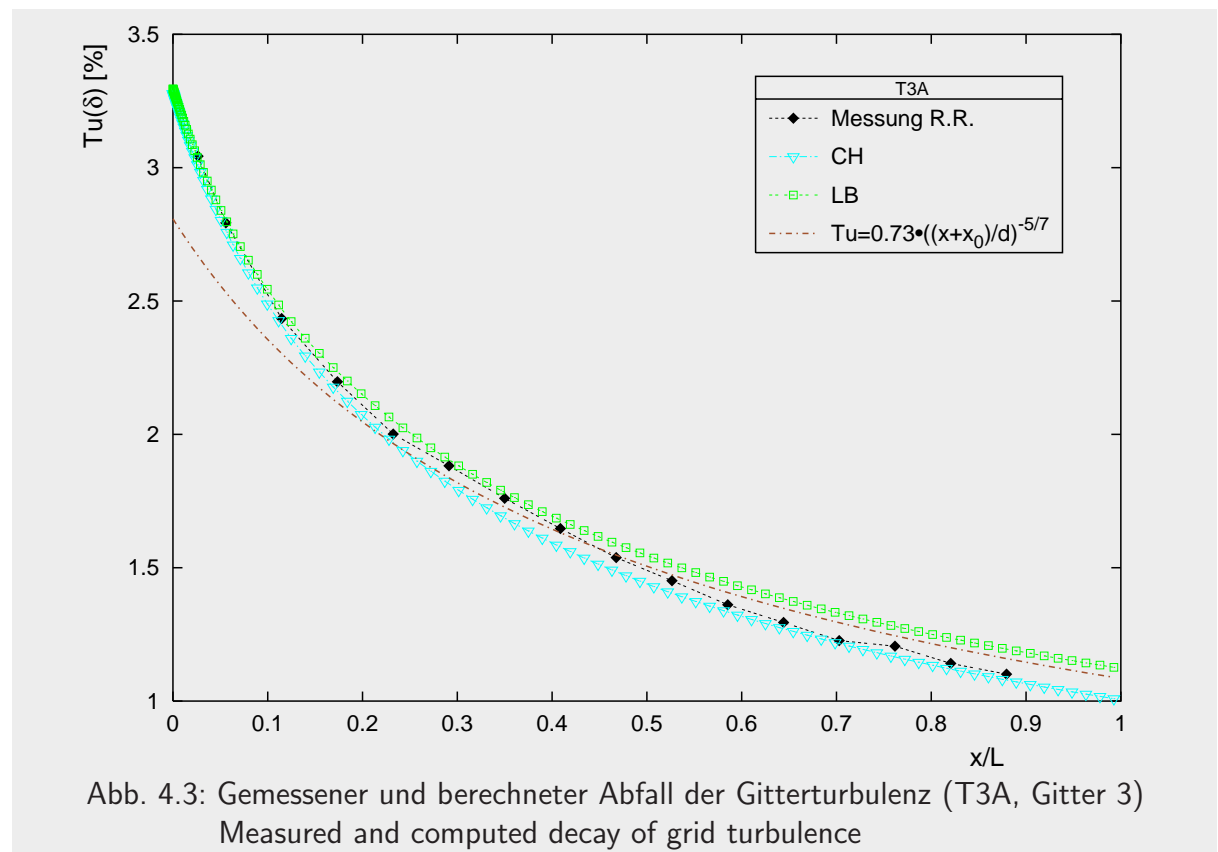
Für die Untersuchung werden die sechs, in Tabelle 4.1 dokumentierten, verschiedenen Rechennetze verwendet, so daß sich beim Übergang von einem zum nächstfeineren Rechennetz unabhängig voneinander die Zellenzahl erst in Laufrichtung und dann in Querrichtung annähernd verdoppelt.

### Eintrittsrandbedingungen und Startwerte

Die Eintrittsrandbedingungen für die Geschwindigkeiten und die beiden turbulenten Größen sind ebenfalls aus Tabelle 4.1 zu entnehmen. Während die Geschwindigkeit aus der Messung bekannt ist und mit der Lauflänge kaum variiert, ist der von dem Windkanalsieb erzeugte Turbulenzgrad eine Funktion des Ortes in Strömungsrichtung und muß geeignet für die Stelle des Eintritts in das Rechengebiet bestimmt werden. Da Abfallgesetze nach Art der Gleichung (3.30) zwar in Savill [98] und auch von Roach [81] angegeben werden, sich aber bezüglich der Konstanten  $C$  unterscheiden, wird hier der in Kapitel 3.4 besprochene Ansatz über die beiden Gleichungen (3.33) und (3.35) gewählt. Diese werden ausgehend von Randwerten in Laufrichtung integriert, bis sich der experimentell ermittelte Abfall des Turbulenzgrades einstellt. Bild 4.3 zeigt den sich bei diesen so erhaltenen Randwerten für  $k$  und  $\epsilon$  aus der Navier-Stokes Rechnung ergebenden Abfall des Turbulenzgrades außerhalb der Grenzschicht und verdeutlicht die bessere Übereinstimmung mit der Messung im Vergleich zu dem Verlauf des Abfallgesetzes nach [98]. Aufgrund der unterschiedlichen Konstanten  $C_{\epsilon 2}$  der verschiedenen Modelle ergeben sich auch leicht verschiedene Verläufe, wobei die Grenzen durch die beiden in der Auftragsung gewählten Modelle mit der jeweils kleinsten (CH) und größten (LB) Konstante  $C_{\epsilon 2}$  gegeben sind, in die sich die übrigen Modelle einfügen.

Gitter	NI $\times$ NJ	Eintritts-R.B.	$y_{\min}^+$	NJ( $y^+ < 30$ )	NJ( $\delta$ )	$Re_{x,\min}$
1	75 $\times$ 36		0.38	12	29	80
2	112 $\times$ 36	$U_0 = 5.2 \text{ m/s}$	0.38	12	29	40
3	150 $\times$ 72	$k_0 = 0.07 \text{ m}^2/\text{s}^2$	0.18	24	56	40
4	224 $\times$ 72	$\epsilon_0 = 1.9 \text{ m}^2/\text{s}^3$	0.18	24	56	20
5	300 $\times$ 144	$\rho = 1.17 \text{ kg/m}^3$	0.09	48	110	20
6	448 $\times$ 144	$\eta = 1.82 \cdot 10^{-5} \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$	0.09	48	110	10

Tab. 4.1: Gitter Parameter, Randbedingungen und verschiedene Grenzschichtgrößen (T3A)  
Grid size, inlet conditions and different boundary layer parameters



Der Wahl der Startprofile zur Initialisierung der Rechnung wird in Arbeiten, die sich mit Grenzschichtrechenverfahren und transitionalen Strömungen beschäftigen, ein hoher Stellenwert zugemessen, und empirische Verläufe für die Variablen werden angegeben (Sieger [118] und Savill [98]). Diese recht umständliche Vorgehensweise kann vernünftigerweise nur angewendet werden, wenn die Verläufe aus Messungen an einfachen Strömungen einigermaßen bekannt sind, wie es bei der ebenen Platte der Fall ist. Hier wird dieses Vorgehen aber nicht gewählt, sondern die Rechnungen werden bei den oben diskutierten konstanten Eintrittsrandbedingungen und zu Null gesetzten Variablen im Feld gestartet. Da eine solche Rechnung mit den low-Reynolds Modellen „von Null“ ausgehend nach wenigen Iterationen divergiert, werden anfänglich zwar alle Gleichungen gelöst, aber die Wirbelviskosität  $\mu_t$  zu Null gesetzt und dadurch die Kopplung zwischen den Impuls- und turbulenten Gleichungen aufgehoben. Man erhält dadurch laminare Geschwindigkeitsprofile sowie sinnvolle Startverteilungen der turbulenten kinetischen Energie und ihrer Dissipationsrate. Auf einer solchen Lösung setzt dann eine Rechnung mit dem gewünschten low-Reynolds Modell auf. Eine weitere Vorgehensweise, die zu gleichen Ergebnissen führt, ist die Fortsetzungsrechnung mit einem der vier Modelle LB, AB, CHC oder BF auf einer auskonvergierten CH-Rechnung, wobei aufgrund der Verwendung unterschiedlicher Variablen für die Dissipation bei der Fortsetzungsrechnung ein Mal Gleichung (3.18) zur Anwendung kommen muß.

### Ergebnisse des Testfalls T3A

Die Ergebnisse der Rechnung auf Gitter 4 unter Anwendung der fünf genannten Modelle zeigt im Vergleich zur Messung Bild 4.4. Hierin sind die zur Transitionserkennung wichtigen und in Kapitel 3.6 eingeführten Parameter  $H_{12}$  und  $C_f$  als Funktion der mit der Gesamtlänge  $L$  der Platte normierten Lauflänge aufgetragen.

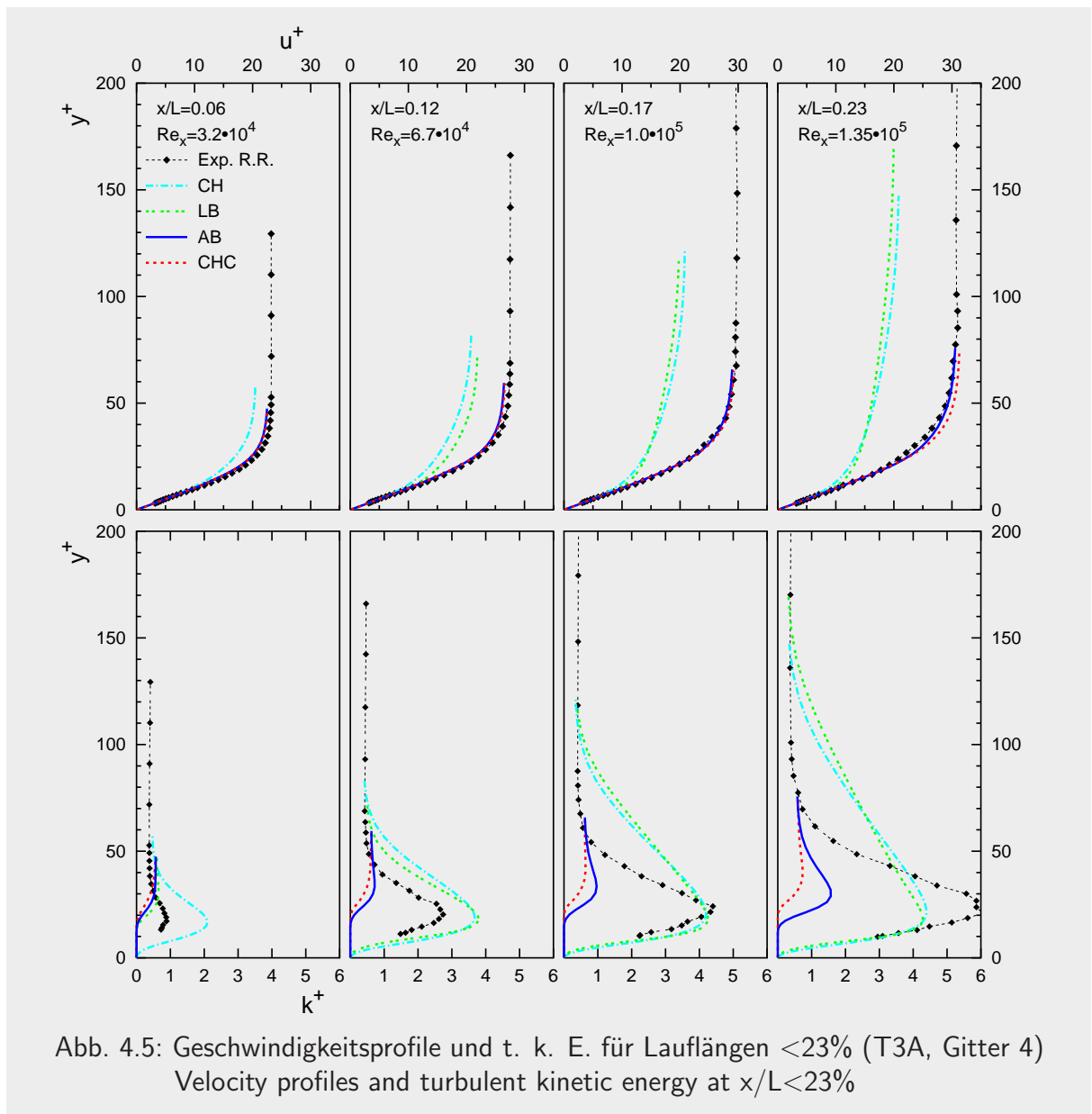
Bei diesem Testfall der transitionalen Strömung unter nominal 3% Turbulenzgrad an der Plattenvorderkante bleibt die mit dem BF Modell berechnete Grenzschicht bei allen Gittern laminar, was sich in dem etwa konstant hohen Wert des Formparameters und dem Anlegen der Kurve von  $C_f$  an die mit „laminar“ gekennzeichnete Blasius-Lösung

$$C_{f \text{ laminar}} = 0,664 \cdot \text{Re}_x^{-0,5} \quad (4.1)$$

widerspiegelt. Die turbulente Vergleichskurve resultiert aus dem  $1/7$  Potenzgesetz, welches für die Plattenströmung in dem hier herrschenden Reynoldszahlbereich Gültigkeit hat (Schlichting [110]).

$$C_{f \text{ turbulent}} = 0,0576 \cdot \text{Re}_x^{-0,2} \quad (4.2)$$

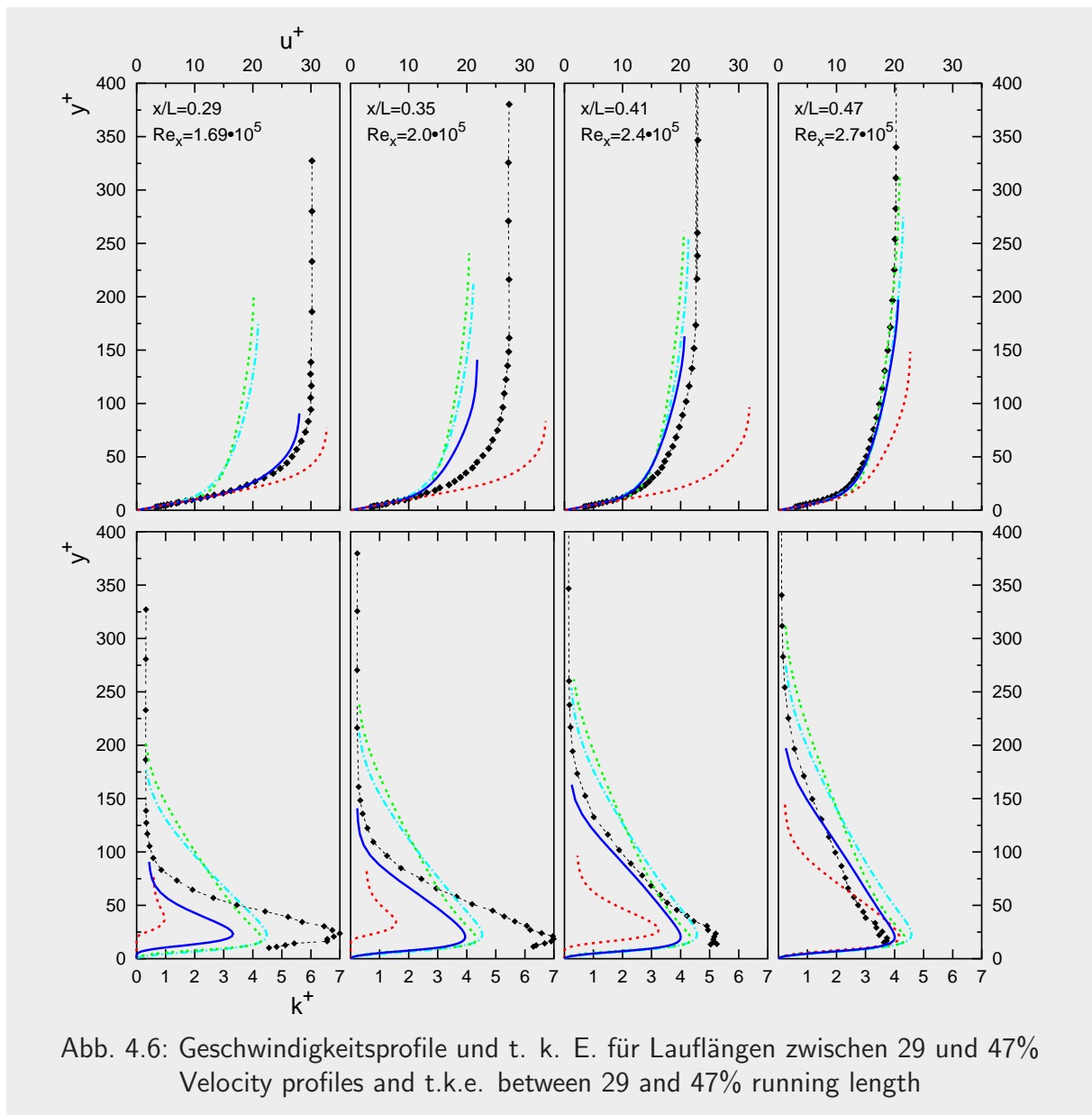
Das Modell von Chien hingegen sagt den Umschlag deutlich zu früh voraus und liefert einen zu flachen Verlauf des Schubspannungsbeiwerts  $C_f$  ohne die für die Transition typischen Extrema. Die beiden Modelle AB und CHC beschreiben den Einsatzort des Umschlags, charakterisiert durch das Minimum im Verlauf von  $C_f$ , gut, wobei das Ende des Umschlags (lokales Maximum in  $C_f$ ) zu schnell auf den Einsatzort folgt und dadurch die Umschlagslänge zu klein wiedergegeben wird.



Eine detailliertere Betrachtungsweise erlaubt nun der Vergleich der berechneten und gemessenen Geschwindigkeitsprofile und Profile der turbulenten kinetischen Energie. Bei ausgewählten Lauflängen sind die dimensionslosen Größen der Geschwindigkeit und der turbulenten kinetischen Energie

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} = u \sqrt{\frac{\rho}{\tau_w}} \quad (4.3)$$

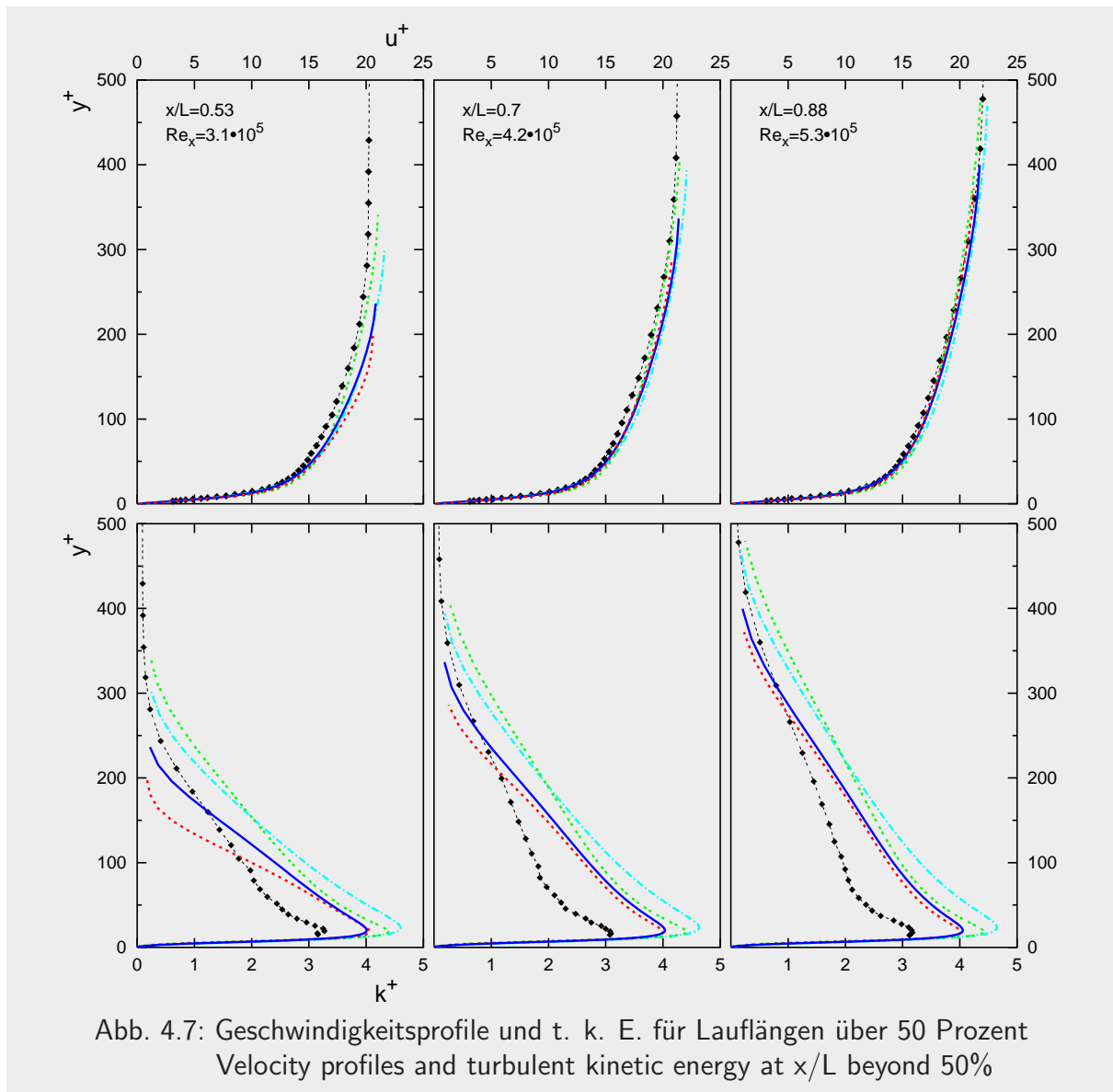
$$k^+ = \frac{k}{u_\tau^2} \quad (4.4)$$



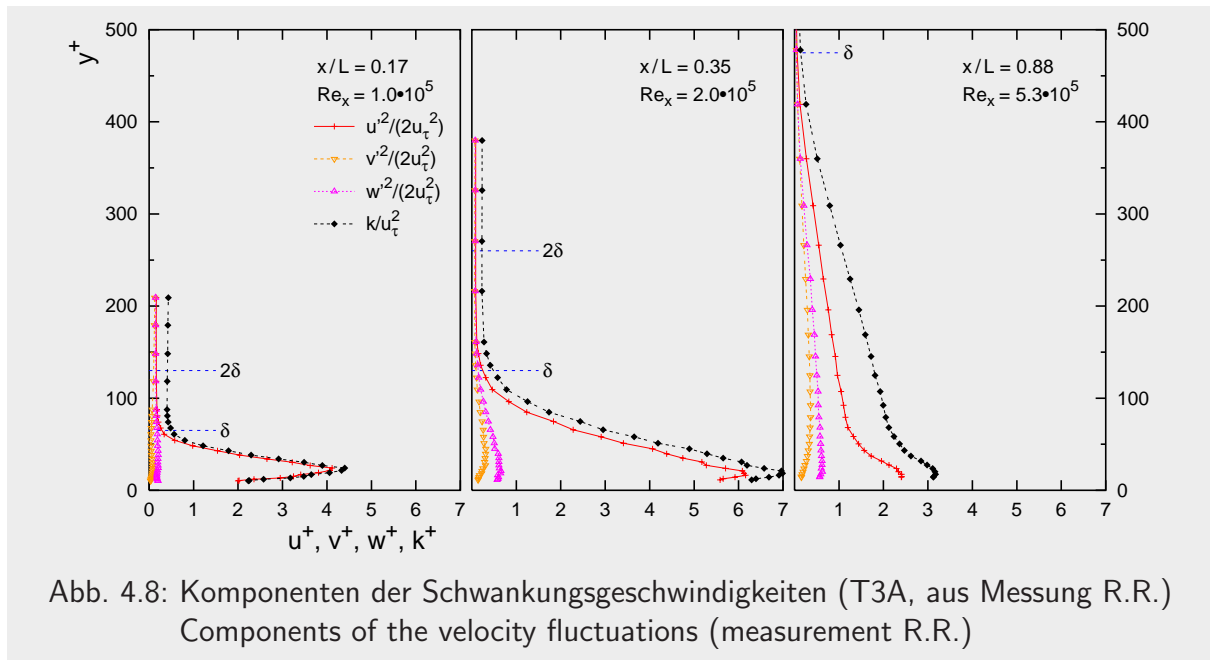
bis zum Erreichen der berechneten Grenzschichtdicke in Querrichtung über dem dimensionslosen Wandabstand

$$y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu} \quad (4.5)$$

in den Abbildungen 4.5, 4.6 und 4.7 aufgetragen. Da das Modell BF keinen Umschlag anzeigt, wird es in diesen Bildern nicht behandelt.



Schon bei 6 % Lauflänge wird das Niveau der Turbulenz von dem Modell CH zu groß wiedergegeben, wodurch über die Reynoldsspannungen das Geschwindigkeitsprofil von der laminaren Verteilung abweicht. Das nächste Modell, welches die Transition einleitet, ist das LB Modell, gefolgt etwas früh von dem AB Modell ( $x/L = 0.25$ ) und leicht verspätet von dem CHC Modell. Die laminaren Geschwindigkeitsprofile werden von den beiden Modellen AB und CHC bis zu etwa 25 % Lauflänge sehr gut beschrieben, wohingegen die turbulente kinetische Energie der Geschwindigkeitsfluktuationen viel zu gering berechnet wird. Dieses zu kleine Niveau der Turbulenz ergibt kleine Reynoldsspannungen und das korrekte laminare Profil der Geschwindigkeit. Keines der Modelle gibt das selbst gegenüber der stromabwärts liegenden vollturbulenten Strömung deutlich erhöhte Niveau der Schwankungen im Umschlagsgebiet bei etwa 23 % bis 40 % Lauflänge wieder. In der turbulenten Grenzschicht (Bild 4.7) werden die Geschwindigkeitsprofile von allen Modellen genau, die Schwankungen aber gegenüber der Messung leicht



erhöht berechnet. Hierbei treffen die Modelle AB und CHC, welche den Umschlag besser lokalisieren, auch das Niveau der Schwankungen im turbulenten Gebiet genauer als die Modelle LB und CH.

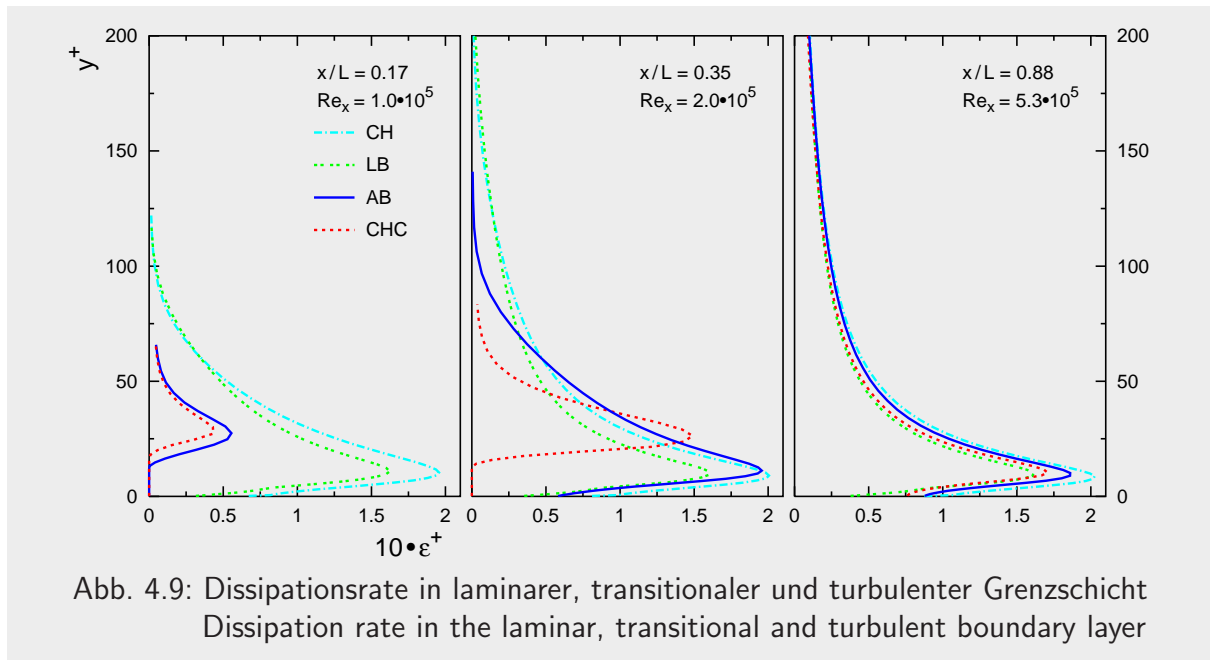
In den vorangegangenen Abbildungen 4.5 bis 4.7 wurde die kinetische Energie der Schwankungen in dimensionsloser Form verglichen. Während  $k$  die einzige Variable des Turbulenzmodells ist, aus der eine Aussage über die Schwankungsintensitäten zu treffen ist, wurden in den Messungen die drei einzelnen Komponenten aufgenommen. Diese sind in der Grenzschicht bekanntermaßen nicht gleich groß. Es soll jedoch hier auf die deutlich variierenden Anisotropien in den verschiedenen Strömungsbereichen der Grenzschicht hingewiesen werden. Daher zeigt Abbildung 4.8 nur die mit der Schubspannungsgeschwindigkeit dimensionslos gemachten Meßwerte der einzelnen Komponenten, die zusammen addiert die Größe

$$k^+ = \frac{k}{u_\tau^2} = \frac{1}{2u_\tau^2} (\overline{u'_i u'_i}) \quad (4.6)$$

ergeben, die dann den Vergleich mit den Modellen ermöglicht. In Bild 4.8 wurden drei Profile aus den drei Strömungsbereichen der laminaren, transitionalen und turbulenten Grenzschicht herausgegriffen, und es zeigt sich die deutliche Dominanz der Komponente  $u'$  im laminaren und auch noch transitionalen Bereich, die sich erst in der turbulenten Grenzschicht leicht egalisiert.

Aufgrund nicht vorhandener Meßdaten, und somit ohne Möglichkeit eines Vergleichs, werden in Abbildung 4.9 die Profile der berechneten Dissipationsrate  $\epsilon^+$  dargestellt. Im turbulenten Bereich korrelieren die Ergebnisse gut mit Resultaten von beispielsweise Patel et al. [77], während im prätransitionalen Gebiet bei den Modellen AB und CHC, die die Transitionslage gut bestimmen, große Bereiche existieren, in denen  $\epsilon$  praktisch Null wird. Dies korreliert mit



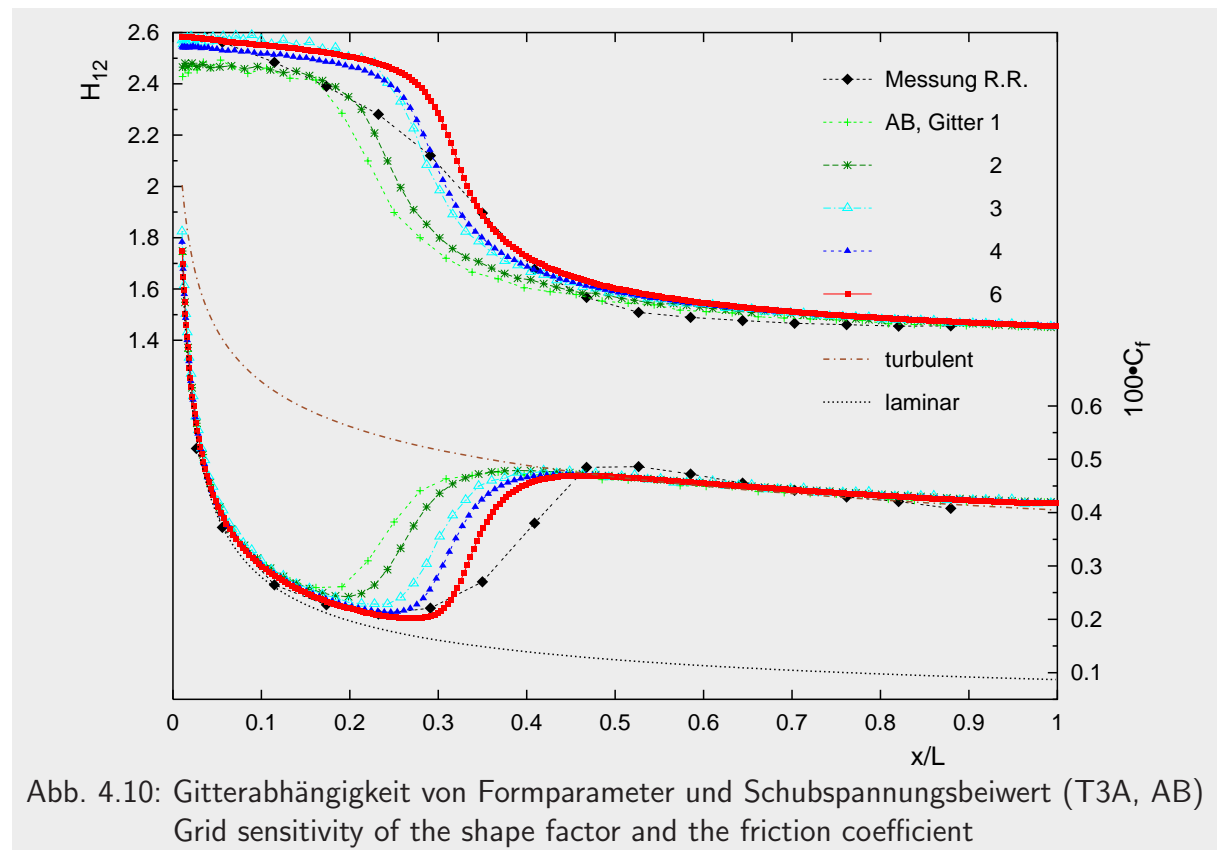


dem Verlauf der turbulenten kinetischen Energie bei gleicher Lauflänge  $x/L = 0,17$  in Bild 4.5, die hier ebenfalls gegen Null geht.

### Gitterabhängigkeit

Den Einfluß der Verwendung von den sechs in Tabelle 4.1 genannten Gittern auf das Ergebnis der Berechnung zeigt Abbildung 4.10 am Beispiel des Modells AB. Im Unterschied zu den hier nicht gezeigten Ergebnissen des Modells von CH auf den verschiedenen Rechengittern, wonach der Umschlagsort für alle verwendeten Gitter zwar gleich, aber immer auch gleich schlecht vorhergesagt wird, zeigt sich bei den Modellen LB, AB und CHC eine Abhängigkeit der Lösung von der Anzahl der Rechenzellen. Mit anwachsender Zellenzahl verschiebt sich der Umschlagsort nach hinten, wobei die Umschlagslänge davon in etwa unberührt bleibt und für den Fall mit 3 % Turbulenzgrad immer zu kurz ist. Eine Verdopplung der Zellenzahl in Laufrichtung verändert hierbei das Ergebnis weniger als eine Verdopplung in Querrichtung.

Eine Untersuchung von Dailey [23] diskutiert den Einfluß des minimalen Wandabstands  $y^+$ , der Anzahl der Zellen unterhalb von  $y^+ = 30$  und der Größe der Start-Reynoldszahl  $Re_{x,min}$  auf die Berechnung der transitionalen Plattenströmung bei verschiedenen Turbulenzgraden mit einem elliptischen Verfahren und dem LB Modell. Auch hier werden in Tabelle 4.1 diese Parameter genannt. Dailey et al. empfehlen eine minimale Anzahl von Zellen unterhalb von  $y^+ = 30$  zum Erreichen einer gitterunabhängigen Lösung und berichten von Konvergenzproblemen. Teile der dortigen Konvergenzprobleme sind sicher auf die Wahl der zusammenfallenden Lage des Eintrittsrandes mit der Plattenvorderkante und der Spezifikation von konstanten Eintrittsrandbedingungen trotz der schon in der ersten wand nächsten Zelle gültigen Haftbedingung zurückzuführen. Aufgrund der Formulierung der Dämpfungsfunktionen ergibt sich aber ein weiteres Problem, auf das im Folgenden eingegangen werden soll.



Aufgrund der asymptotisch korrekten Formulierung der Funktion  $f_\mu$  im Falle der Modelle AB und CHC, die in Kapitel 3.3 behandelt wird, werden die beiden Reynoldszahlen  $Re_t$  und  $Re_y$  so miteinander kombiniert, daß sich ein proportionaler Verlauf  $f_\mu \sim y^{+^{-1}}$  in der viskosen Unterschicht einer turbulenten Strömung ergibt, in der die Reynoldszahl  $Re_t$  klein wird. Diese verschwindenden Reynoldszahlen treten nun aber auch in der noch laminaren Grenzschicht vor der Transition auf und führen zu einem in Abbildung 4.11 für das Modell CHC dargestellten Verlauf der Funktion  $f_\mu$ . Aus dieser Verteilung der Dämpfungsfunktion innerhalb der Grenzschicht werden in Bild 4.12 bei zwei Lauflängen, im laminaren und im turbulenten Bereich, deren einzelne Terme extrahiert. Es zeigt sich, daß der  $Re_t$ -Term das richtige wandnahe Verhalten in turbulenter Grenzschicht, aber einen diskontinuierlichen Verlauf in der laminaren Region hervorruft und hier durch Gleichung (3.26) limitiert wird. Die Ausdehnung der Region, in welcher  $f_\mu$  dieses diskontinuierliche Verhalten aufweist, ist nun abhängig von der Netzdichte, und somit führt das Problem in der prätransitionalen Grenzschicht der Modelle, welche die turbulente Reynoldszahl  $Re_t$  im Nenner ihrer Dämpfungsfunktion verwenden, bei niedrigen Turbulenzgraden zu einer stärkeren Gitterabhängigkeit.

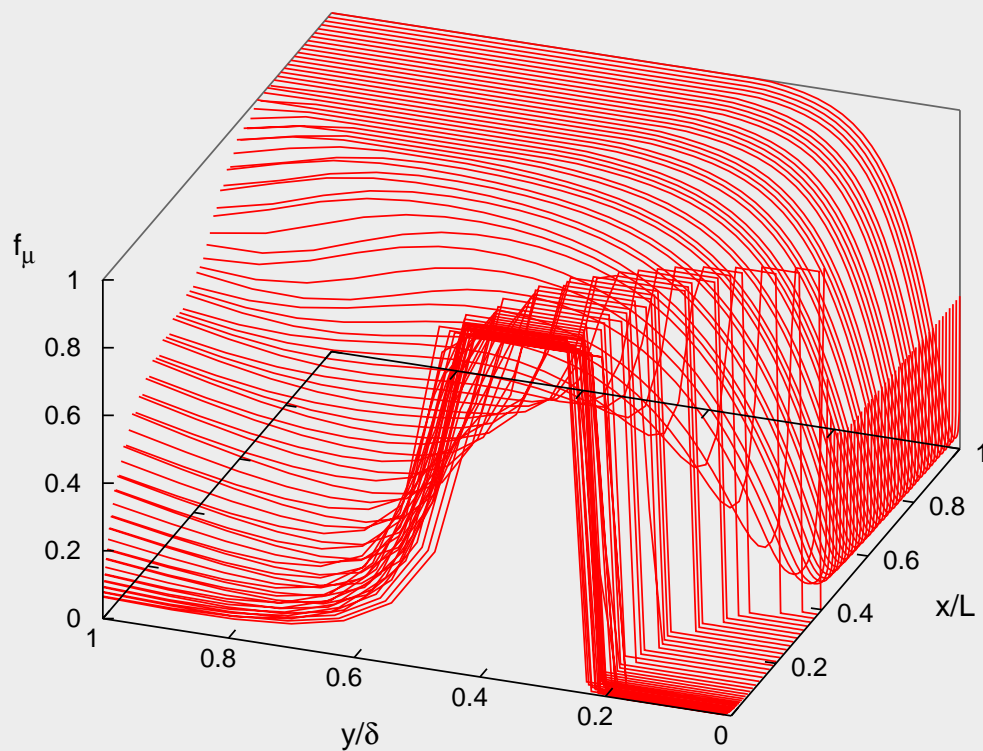


Abb. 4.11: Verlauf der Funktion  $f_\mu$  innerhalb der Grenzschicht (CHC, Gitter 4)  
Function  $f_\mu$  inside the boundary layer

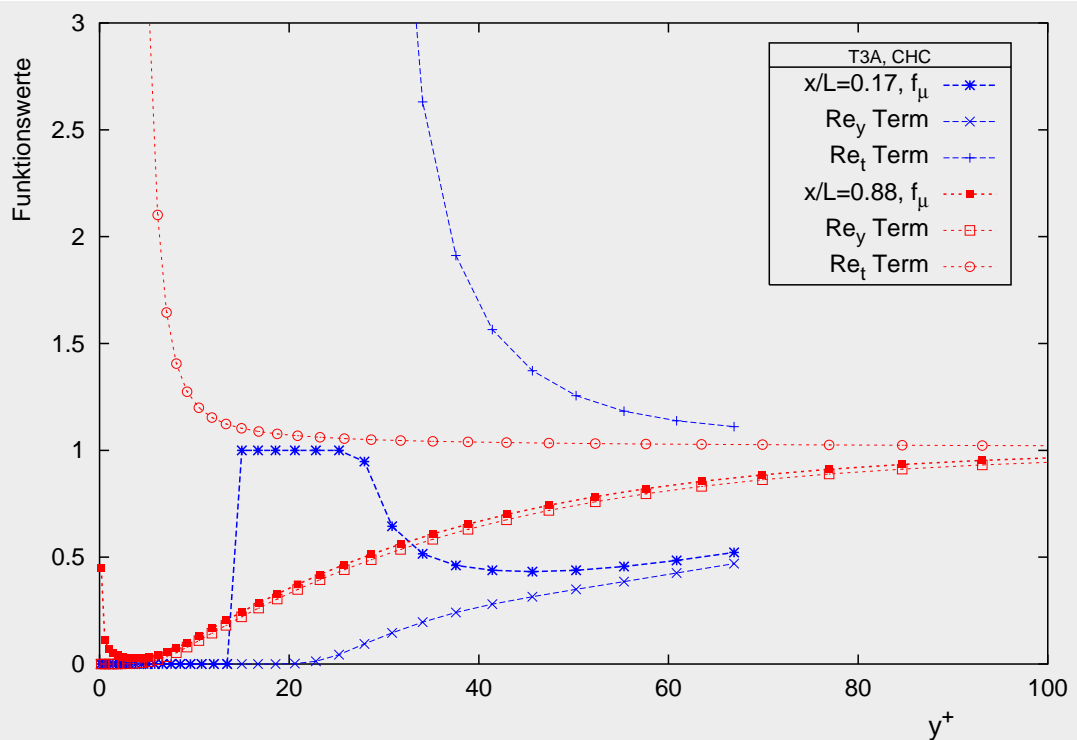


Abb. 4.12: Verlauf der Terme der Funktion  $f_\mu$  in laminarer und turbulenter Grenzschicht  
Function  $f_\mu$  and its two terms in lam. and turb. boundary layer

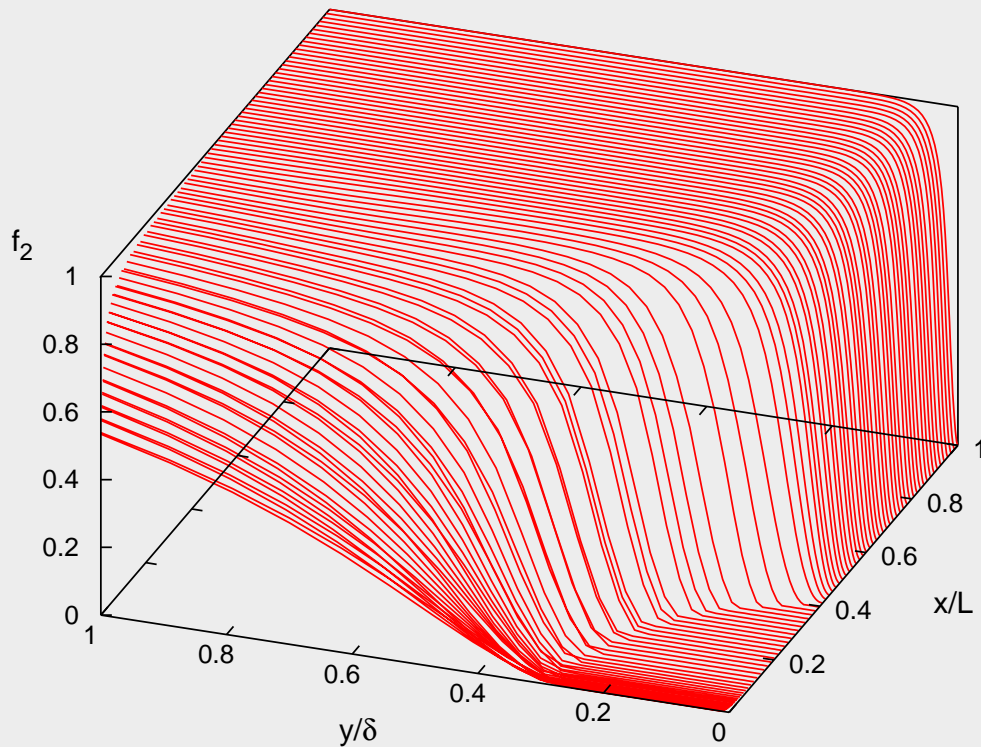


Abb. 4.13: Verlauf der Funktion  $f_2$  innerhalb der Grenzschicht (CHC, Gitter 4)  
Function  $f_2$  inside the boundary layer

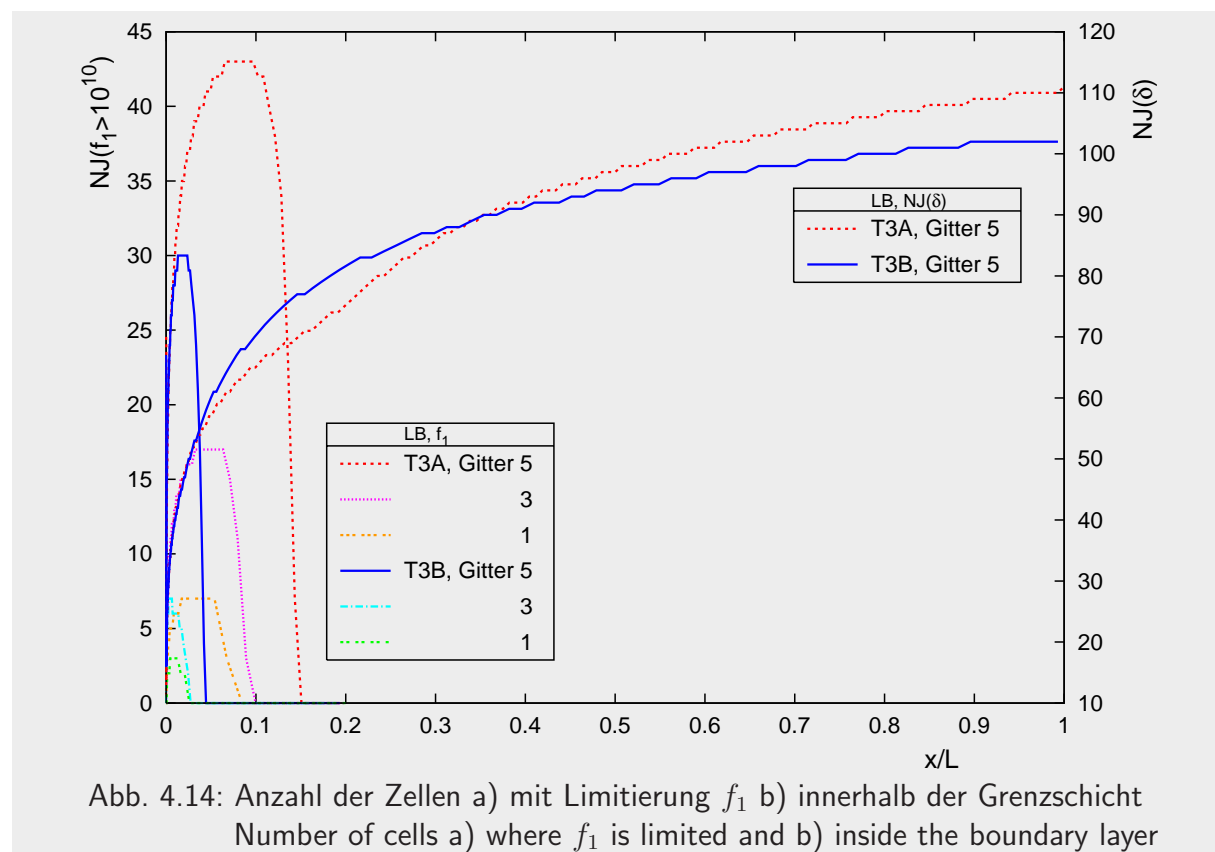
Auch die low-Reynolds Funktion  $f_2$ , hier in Bild 4.13 gezeigt am Beispiel des Modells CHC, geht in der laminaren Grenzschicht in einem größeren Bereich auf etwa Null zurück, so daß hier  $f_\mu$ ,  $f_2$ ,  $k$  und  $\epsilon$  sehr kleine Werte nahe Null annehmen.

Im Fall des nicht asymptotisch korrekt modellierten Modells LB entsteht ein anderes Problem aufgrund der Formulierung der Dämpfungsfunktion  $f_1$  für kleine Werte der im Nenner verwendeten Funktion  $f_\mu$  (vgl. Tab. 3.2 auf Seite 25). Abbildung 4.14 zeigt die Anzahl der Zellen in der Grenzschicht in Abhängigkeit von der normierten Lauflänge, auf die die Limitierung (3.24) angewendet wird. Mit steigender Netzfeinheit nimmt die Anzahl der Zellen, in denen die Limitierung greift, sowohl in Lauf- als auch in Querrichtung zu und erfaßt bei dem Testfall T3A bis zu 60% der auf der rechten Ordinate aufgetragenen Zellenzahl der gesamten Grenzschicht.

Auf das ebenfalls in Bild 4.14 aufgezeigte Verhalten bei höheren Turbulenzgraden (T3B) wird im folgenden Kapitel 4.2 eingegangen.

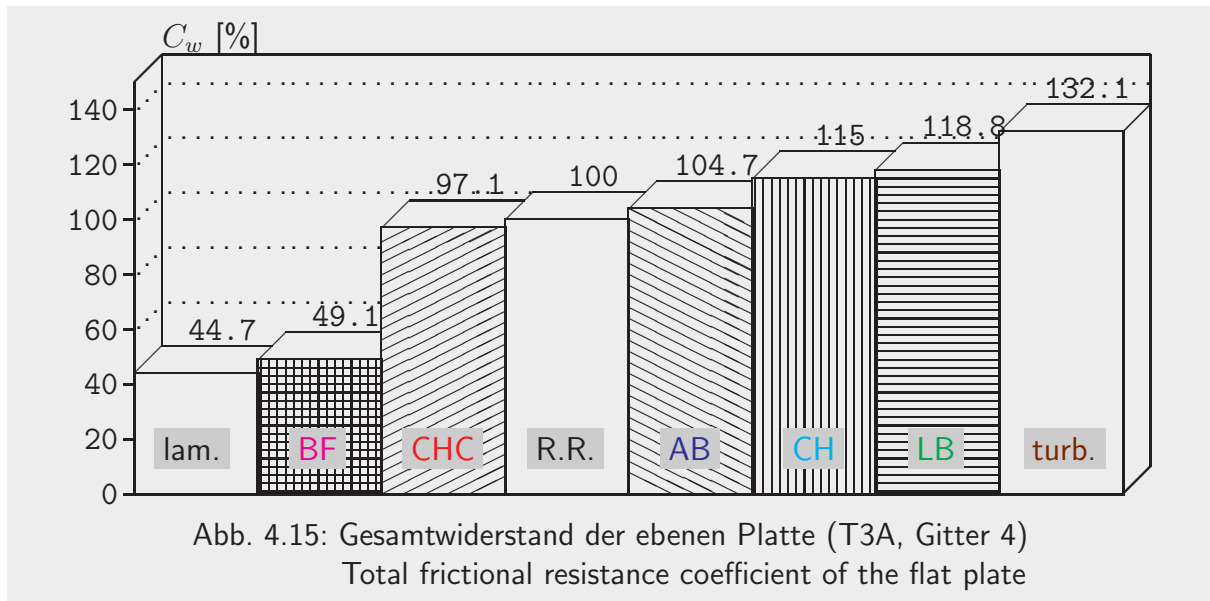
Abschließend soll der Nutzen der Verwendung von Modellen, die die Transition erfassen können, anhand eines Vergleichs des aus den Wandschubspannungen integrierten Widerstands aufgezeigt werden.

$$C_w = \frac{\int_0^L \tau_w dx}{\frac{\rho}{2} u_\infty^2 L} \quad (4.7)$$



Verglichen wird der Reibwiderstand der ebenen Platte des Testfalls T3A von Messung und Rechnung. Im Fall der Messung werden die diskreten Meßwerte (Abb. 4.4) hierzu durch die Blasius-Lösung (4.1) von der Vorderkante zum ersten Meßwert und durch Gleichung (4.2) vom letzten Meßwert zur Plattenhinterkante ergänzt und die Werte aufintegriert. Der Wert des Widerstands der Messung wird zu 100% gesetzt, und die Ergebnisse der verschiedenen Modelle werden damit verglichen. Eine rein laminare Behandlung berechnet in diesem Fall den Widerstand um 55% zu klein, die vollturbulente Rechnung, wie man sie beispielsweise mit dem Standard  $k-\epsilon$  Modell erhält, wird diesen um 32% zu groß wiedergeben. Bedingt durch die nicht erfolgende Transition liegt das BF Modell nahe an der laminaren Lösung. Nur aufgrund des viel zu langsamen Anstiegs des Reibungsbeiwerts  $C_f$  im Fall des CH Modells (Bild 4.4) schneidet dieses Modell bezüglich des Widerstands besser ab als das Modell von LB, obwohl letzteres den charakteristischen Verlauf der Wandschubspannung besser trifft. Die beiden Modelle AB und CHC liegen mit 4,7% respektive 2,9% Abweichung sehr nahe an der Messung.

Dieser Vergleich des Reibungswiderstands ist natürlich nur als ein Beispiel aufzufassen, denn je nach Lage des Transitionsgebietes als Funktion der in Kapitel 2.1 ausführlich diskutierten Parameter verschiebt sich der Widerstand in Richtung laminare oder auch turbulente Lösung.



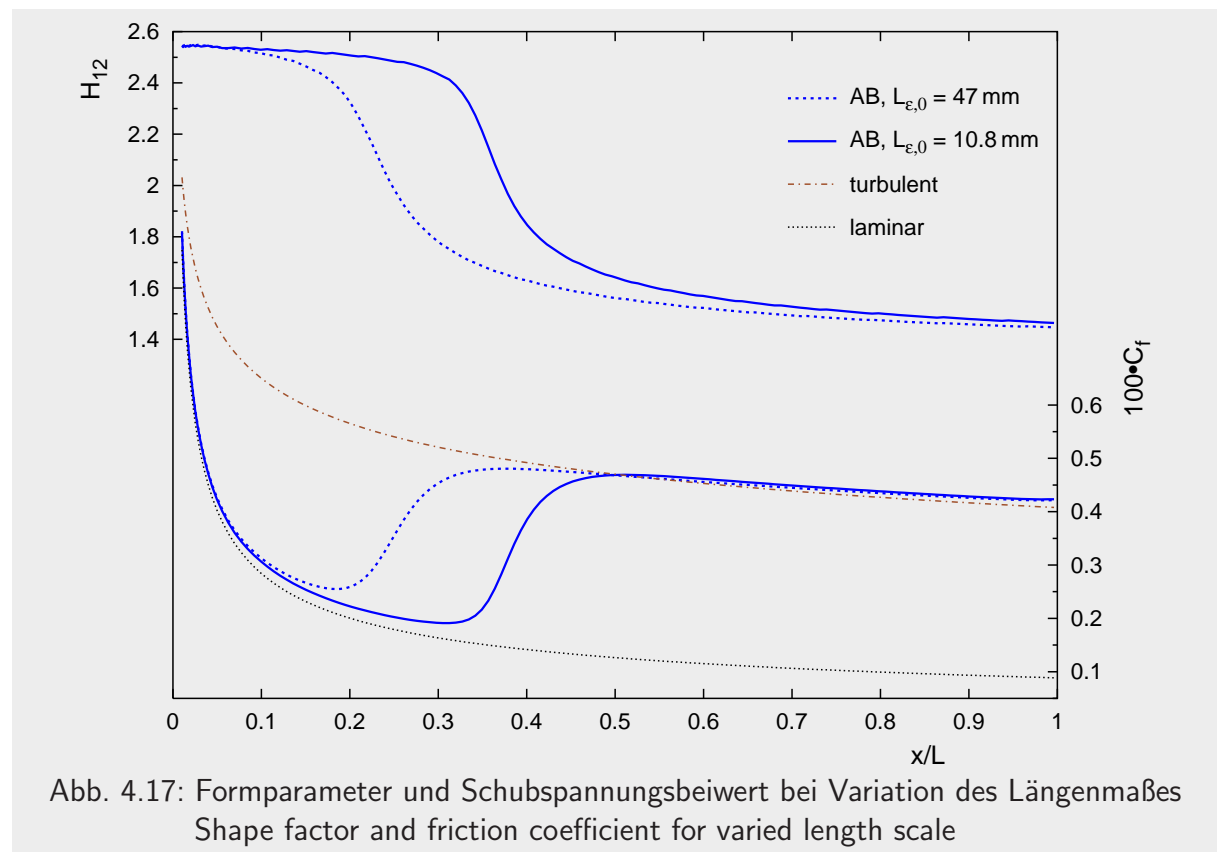
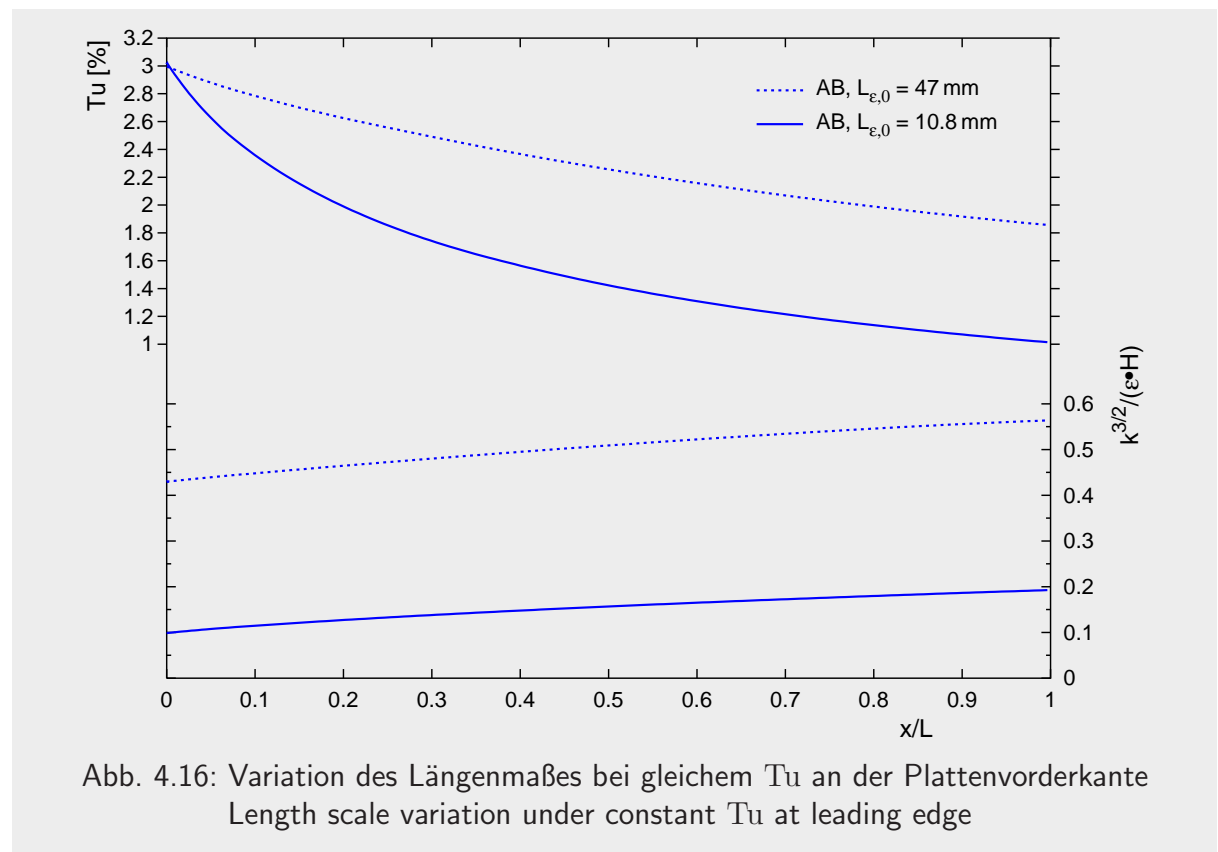
### 4.1.1 Einfluß des Längenmaßes

Wurden im vorherigen Abschnitt der Turbulenzgrad und das Längenmaß so festgelegt, daß der experimentell ermittelte Abfall des Turbulenzgrades auch in der Rechnung wiedergegeben wird, soll hier bei gleichem Turbulenzgrad von 3% oberhalb der Plattenvorderkante der Einfluß eines variierenden Längenmaßes betrachtet werden. Das integrale Längenmaß berechnet sich hierbei über die Beziehung (3.13), wobei als Grenzfälle ein Längenmaß von Null das sofortige Abklingen der Turbulenz, ein gegen unendlich gehendes Längenmaß aber einen mit der Lauflänge konstanten Turbulenzgrad bewirken würde.

Den Verlauf des Außenturbulenzgrades bei zwei Längenmaßen  $L_{\epsilon,0}$  oberhalb der Plattenvorderkante zeigt Abbildung 4.16 im oberen Bereich. Da das Längenmaß ebenfalls eine (Wurzel-) Funktion der Lauflänge ist, wird es im unteren Bereich dargestellt, wobei es mit der Kanalhöhe  $H = 110$  mm dimensionslos gemacht ist.

Die Auswirkungen auf die berechnete Transitionslage zeigt Abbildung 4.17 anhand des Formparameters und Schubspannungsbeiwerts als Ergebnis des Modells AB auf dem Gitter 4 (Tabelle 4.1). Obwohl ein solcher Testfall der Variation des Längenmaßes unter Beibehaltung des Turbulenzgrades von 3% an der Vorderkante an der ebenen Plattenströmung experimentell mit der Hitzdrahtmeßtechnik von Jonas [47] untersucht wurde, wird hier auf den direkten Vergleich mit diesen Meßdaten verzichtet, da der dort gewählte Versuchsaufbau mit der auf Seite 33 dargestellten Modellierung nicht nachzubilden ist.

Die Auswirkung einer Variation des Längenmaßes ist danach indirekt durch Veränderung des Abfalls des Turbulenzgrades von Bedeutung, und der Faktor 4,35 im Längenmaß  $L_{\epsilon,0}$  bewirkt eine Verschiebung des Einsatzes der Transition um etwa 13% bezogener Lauflänge. Dies steht in Übereinstimmung mit den eben genannten Messungen [47], die bei gleicher Variation des turbulenten Längenmaßes die gleiche Verschiebung der Transitionslage ergaben.



### 4.1.2 Modellierung der prätransitionalen Geschwindigkeitsschwankungen

In Kapitel 4.1 wurde gezeigt, daß die auch in der prätransitionalen, laminaren Grenzschicht vorhandenen Geschwindigkeitsschwankungen von den beiden Modellen AB und CHC, die die Lage des Umschlags an der Plattenströmung mit guter Genauigkeit vorhersagen können, viel zu niedrig berechnet werden (siehe Abbildung 4.5). Außerdem wurde auf Diskontinuitäten im Verlauf der Dämpfungsfunktion  $f_\mu$  im laminaren Bereich hingewiesen.

Da die Geschwindigkeitsschwankungen in der Grenzschicht im allgemeinen (Sharma [114]), in der prätransitionalen Grenzschicht aber im besonderen stark anisotrop sind (siehe Bild 4.8), eine Tatsache, die keines der verwendeten low-Reynolds Modelle abzubilden in der Lage ist, entwickelten Mayle und Schulz [70] eine Transportgleichung für die sogenannte laminare kinetische Energie

$$k_l = 0.5 \overline{u'^2} \quad (4.8)$$

der Geschwindigkeitsfluktuationen der dominierenden Axialkomponente  $u'$  in laminarer Grenzschicht auf Basis der Ausführungen von Lin [63]. Der wesentliche Produktionsterm in der dann entwickelten Transportgleichung ist die Arbeit der fluktuierenden Druckkräfte, die ja im Fall der erweiterten Zweigleichungsturbulenzmodelle zusammengekommen mit dem Einfluß molekularer Viskosität über die Funktion  $f_\mu$  modelliert wird, was zu den genannten Problemen in der prätransitionalen Grenzschicht führt und von Patel et al. [77] kritisch bewertet wird (siehe Ausführungen auf Seite 23).

Die einzelnen Terme der Transportgleichung werden von Mayle und Schulz modelliert und führen zu der Gleichung (4.9).

$$\bar{u}_j \frac{\partial k_l}{\partial x_j} = \nu \frac{\partial^2 k_l}{\partial x_j^2} + C_\omega \frac{U_\infty^2}{\nu} \sqrt{k_l \cdot k_{l\infty}} \exp(-y^+/C^+) - 2\nu \frac{k_l}{y^2} \quad (4.9)$$

Hierbei ist  $C^+ = 13$  eine Konstante, die verantwortlich ist für die Wachstumsrate der kinetischen Energie. Aufgrund der Isotropie der Schwankungen außerhalb der Grenzschicht gilt die Beziehung (4.10) zwischen der laminaren kinetischen Energie  $k_l$  und der turbulenten kinetischen Energie  $k$ . Hierdurch wird die Wirkung des Freistromturbulenzgrades auf den Produktionsterm der laminaren kinetischen Energie in Gleichung (4.9) berücksichtigt.

$$\lim_{y \rightarrow \infty} k_l = \lim_{y \rightarrow \delta} k_l = k_{l\infty} = \frac{k_\infty}{3} \quad (4.10)$$

Die Größe  $C_\omega$  ist verantwortlich für das Wachstum der Schwankungen. Sie wird von Mayle und Schulz [70] über die Berücksichtigung effektiver Frequenzen, auf die die laminare Grenzschicht



reagiert, zu dem Kolmogorovschen Geschwindigkeitsmaß  $v$  und einer Reynoldszahl  $\text{Re}_\Lambda$  mit einem integralen Längenmaß  $\Lambda$  in Beziehung gesetzt.

$$C_\omega = C \left( \frac{v}{U_\infty} \right)^{2/3} \text{Re}_\Lambda^{-1/3} \quad \text{mit} \quad \text{Re}_\Lambda = \frac{U_\infty \Lambda}{\nu} \quad (4.11)$$

Neben der weiteren Konstante  $C=0,07$  beschreiben diese beiden Größen die Turbulenzstruktur und den Abfall des Turbulenzgrades und können daher aus dem Turbulenzspektrum bestimmt werden. Bei der Anwendung der Gleichung (4.9) zur Berechnung der prätransitionalen Schwankungen in einem Grenzschichtrechenprogramm greifen die Autoren daher auf verschiedene Meßdaten, u.a. auch auf den Testfall T3A von Rolls Royce, zurück und bestimmen daraus die einzelnen Terme in Formulierung (4.11) zur Implementierung in ihr Programm.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird ein anderer Weg gewählt und zusätzlich zu der Implementierung der Transportgleichung (4.9) in das Navier-Stokes Programm FASTEST die Gleichung (4.11) über die Beziehung des Kolmogorovschen Geschwindigkeitsmaßes  $v$  zu der Viskosität  $\nu$  und der Dissipation  $\epsilon$

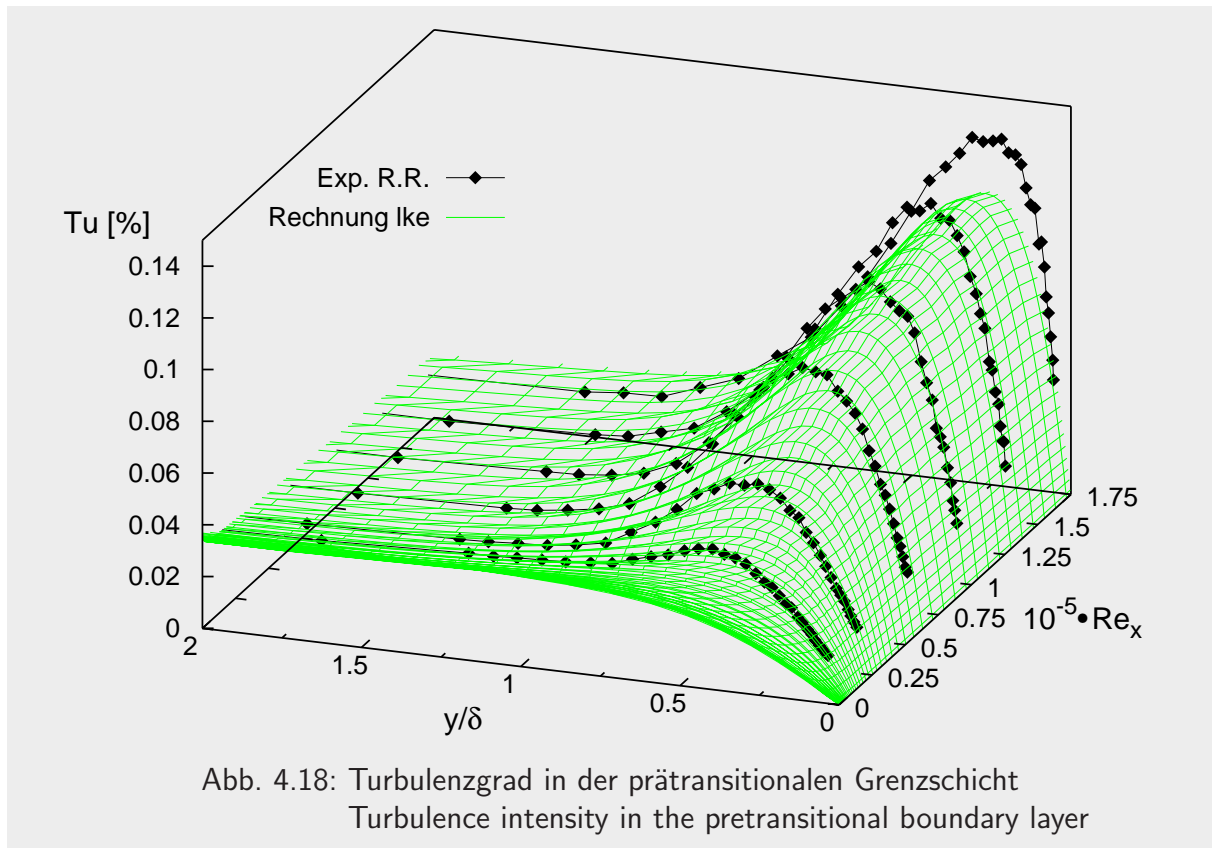
$$\frac{v}{u_\infty} = \frac{(\epsilon_\infty \nu)^{1/4}}{u_\infty} \quad (4.12)$$

aus nun bekannten Größen des Turbulenzmodells mit Hilfe der Beziehung (3.13) bestimmt und zur Berechnung des Produktionsterms in (4.9) verwendet.

$$C_\omega = 0,07 \left[ \frac{(\epsilon_\infty \cdot \nu)^{1/4}}{u_\infty} \right]^{\frac{2}{3}} \cdot \left[ \frac{k_\infty^{3/2} \cdot u_\infty}{\epsilon_\infty \cdot \nu} \right]^{-\frac{1}{3}} \quad (4.13)$$

Hierbei werden jeweils die Werte am Grenzschichtrand (Index  $\infty$ ) in Beziehung (4.13) eingesetzt. Im Gegensatz zu Mayle und Schulz [70], die für jeden Testfall eine Konstante  $C_\omega$  aus den Meßdaten ableiten, ist hier  $C_\omega$  eine Funktion der Hauptströmungsrichtung. Es werden keine Meßdaten benötigt und der Entwicklung des Längenmaßes in Laufrichtung (vgl. Bild 4.16) Raum gegeben. Die so berechnete Funktion  $C_\omega(x)$  ist im Bereich der Vorderkante etwas größer als die in [70] abgeleitete Konstante, fällt aber in Laufrichtung stetig leicht ab.

Im Folgenden wird nun der Testfall T3A mit den gleichen Eintrittsrandbedingungen nach Tabelle 4.1 und auf dem gleichen Rechnernetz (Bild 4.2) mit Hilfe der laminaren kinetischen Energie untersucht. Für die Berechnung der prätransitionalen Geschwindigkeitsschwankungen wird dazu Gleichung (4.9) parallel zu den beiden Gleichungen (3.15) und (3.16) in FASTEST gelöst, wobei die Wirbelviskosität  $\mu_t$  im ersten Schritt zu Null gesetzt wird. Die erhaltenen laminaren Geschwindigkeitsprofile werden bei jedem äußeren Iterationsschritt einer Grenzschichtbestimmung unterzogen und die dort vorliegenden Werte für  $k$ ,  $\epsilon$  und  $u$  am Grenzschichtrand in obigen Gleichungen verwendet. Die erhaltenen Geschwindigkeitsschwankungen zeigt Abbildung

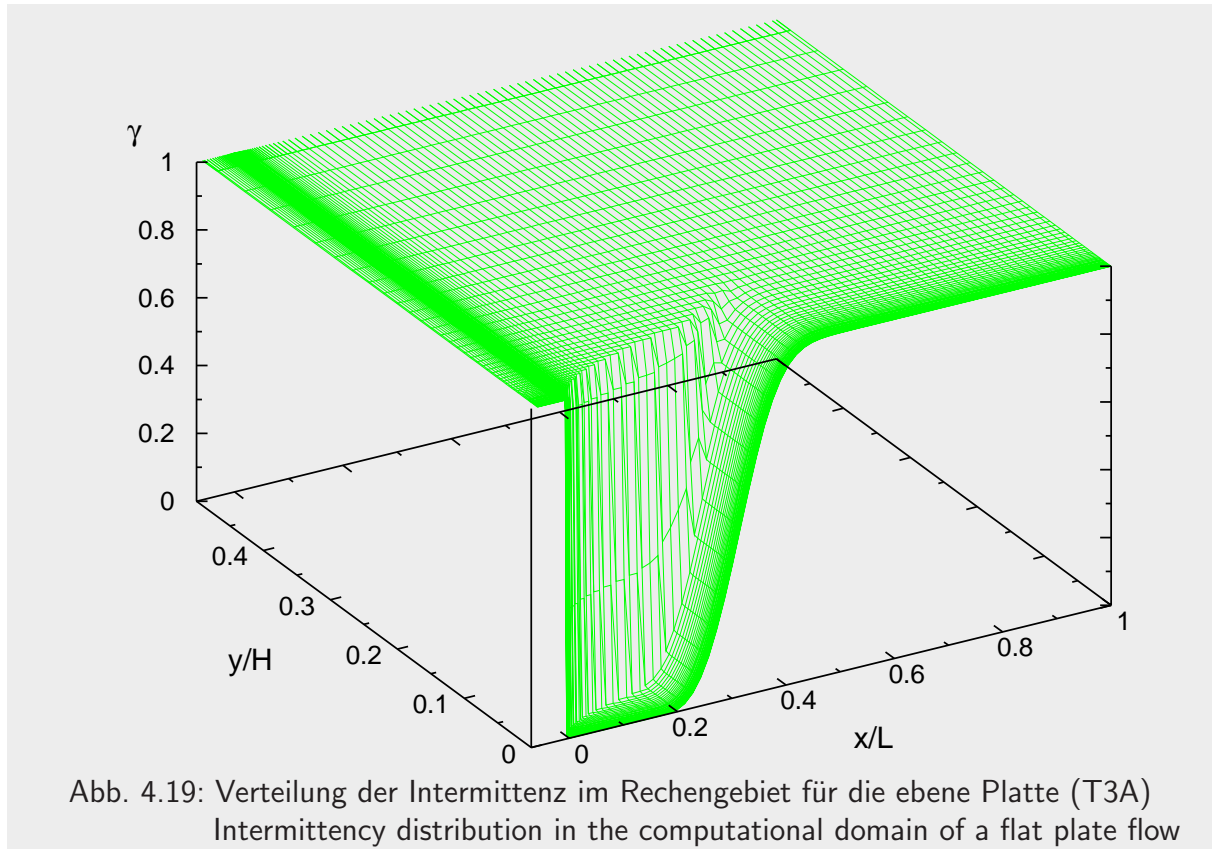


4.18 im Vergleich zu den Messungen des Testfalls T3A von Rolls Royce. Es ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung, wobei die Abweichung bei der größten Lauflängen-Reynoldszahl der letzten Meßkurve schon im transitionalen Bereich liegt, der mit der laminaren kinetischen Energie nicht erfaßt wird.

Trotz dieser großen Verbesserung der Behandlung der Geschwindigkeitsschwankungen in der prätransitionalen Grenzschicht kann bezüglich der Transitionsvorhersage noch keine Aussage abgeleitet werden. Dazu muß vielmehr ein Kriterium gefunden werden, mit welchem eine Beziehung zwischen diesen Schwankungen und der einsetzenden Transition hergestellt wird. Einen solchen Versuch macht das Kriterium nach Sharma unter den in [114] und [64] genannten Annahmen

$$\frac{\sqrt{u'^2}}{u_\tau} = 3 \quad , \quad (4.14)$$

das den Einsatzort der Transition auf den Ort des Auftretens eines Verhältnisses der Schwankungen zur Schubspannungsgeschwindigkeit von drei legt.



Die Wirbelviskosität wird nun mit einer zwischen Null und Eins liegenden Intermittenzfunktion (Bild 4.19) multipliziert.

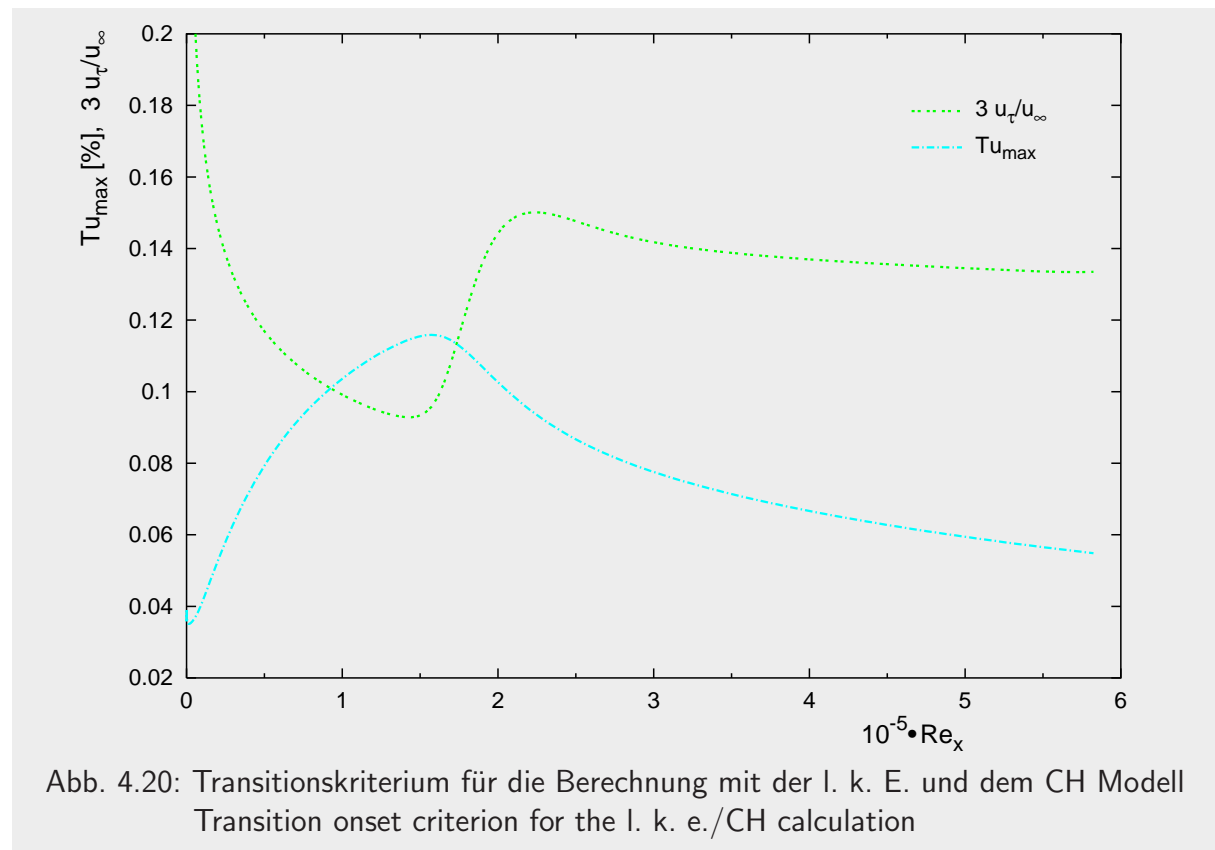
$$\mu_{\text{eff.}}(ij) = \mu + \gamma(ij) \cdot \mu_t(ij) \quad (4.15)$$

Diese hat außerhalb der Grenzschicht den Wert eins, wird in der laminaren Grenzschicht auf Null gesetzt und nach Erreichen des Kriteriums (4.14) nach Abu-Ghannam und Shaw [3] in der Grenzschicht durch

$$\gamma(i) = 1 - \exp(-5\eta(i)^3) \quad \text{mit dem Längenparameter} \quad (4.16)$$

$$\eta(i) = \frac{\text{Re}_x(i) - \text{Re}_{x,\text{Start}}}{\text{Re}_{x,\text{Ende}} - \text{Re}_{x,\text{Start}}} \quad (4.17)$$

ausgedrückt. Mit ihrer Hilfe kann das Umschlagsgebiet simuliert werden bei gleichzeitiger Anwendung des AGS-Kriteriums (2.7) für das Ende des Umschlags. Da auch in Querrichtung ein Übergang erfolgen muß – Gleichung (4.15) deutet die Zweidimensionalität an – wird dort eine halbe Sinusfunktion für den Anstieg der Intermittenz von Null auf Eins zwischen 90%

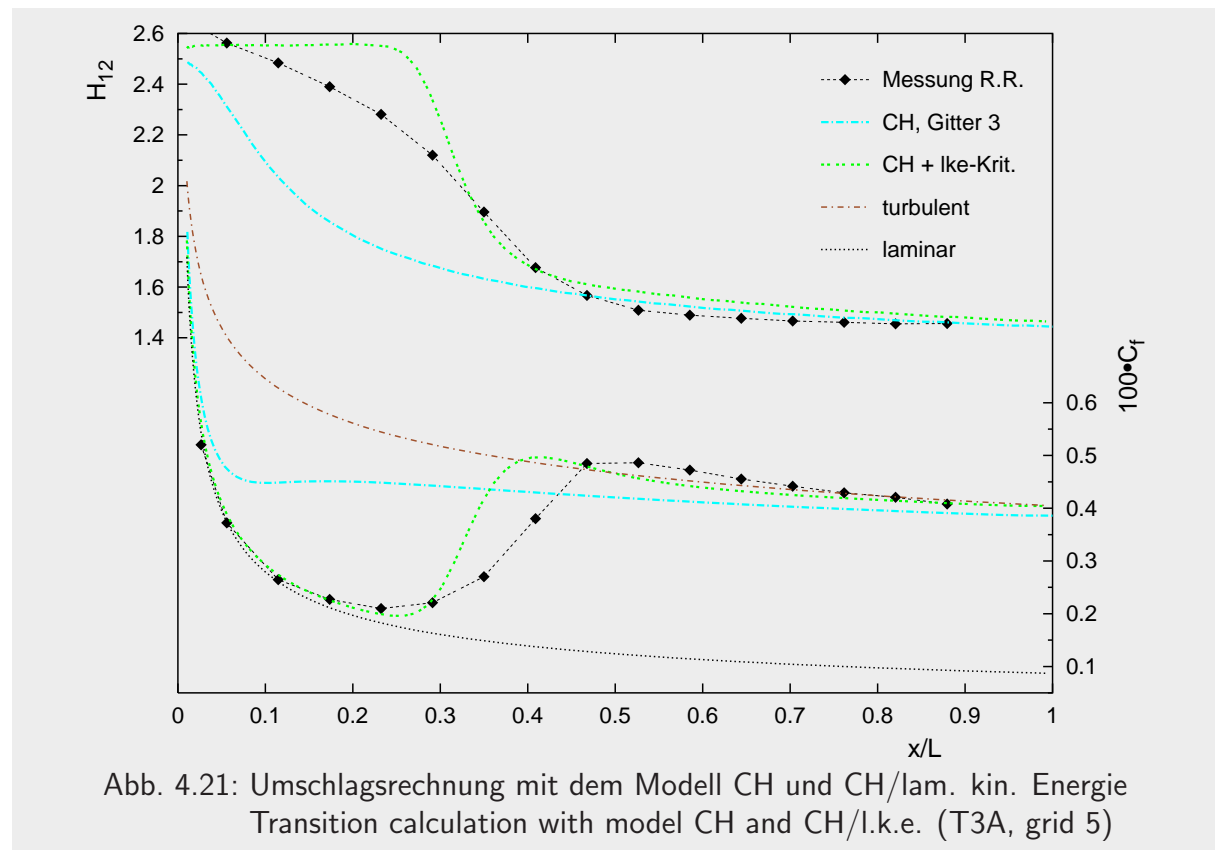


und 115% der Grenzschichtdicke in die Außenströmung verwendet. Weitere Einzelheiten der Implementierung sind zu finden in Gugau [33].

Während Gleichung 4.14 mit einer zu Null gesetzten Wirbelviskosität im gesamten Feld nur einen Schnittpunkt ergibt, führt das Zulassen der Transition über die Intermittenzfunktion während des Iterationsprozesses zu einem Anstieg der Schubspannungsgeschwindigkeit und aufgrund der sich ändernden Randbedingungen zu einem Abfall der nun nicht mehr verwendeten Schwankungen nach der laminaren kinetischen Energie (Bild 4.20).

Das abschließende Ergebnis ist dokumentiert in Bild 4.21, wo vergleichend die Berechnung des Testfalls T3A mit dem CH low-Reynolds Modell alleine (vgl. Bild 4.4) und zusätzlich das mit der Behandlung der laminaren kinetischen Energie gekoppelte Modell CH dargestellt sind. Es zeigt sich ein deutlich verbessertes Ergebnis, das sogar das leichte Überschwingen gegen Ende der Transition wiedergibt. Allerdings ist auch hier das Transitionsgebiet gegenüber der Messung verkürzt berechnet.

In den folgenden Kapiteln dieser Arbeit wird auf die weitere Behandlung der laminaren kinetischen Energie zur Umschlagsberechnung verzichtet. Trotz des großen Potentials, welches hauptsächlich auf die physikalisch bessere Behandlung der prätransitionalen Geschwindigkeitsschwankungen zurückzuführen ist, stellt der hier vorgeschlagene Weg nur einen mit Aufwand zu realisierenden ersten Ansatz dar. Insbesondere ist hier die Notwendigkeit der Bestimmung der Geschwindigkeit und der turbulenten Größen am Grenzschichtrand für Gleichung (4.13) als



nachteilig zu nennen. Die Bestimmung der turbulenten Größen am ermittelten Grenzschicht-  
rand ist bei der ebenen Plattenströmung ohne relevante Änderung der Freistromgeschwindig-  
keit in Querrichtung noch am ehesten machbar, obwohl der Turbulenzgrad selbst an diesem  
einfachen Strömungsproblem nach Bild 4.8 bei  $y = \delta$  noch nicht asymptotisch in einen kon-  
stanten Wert übergegangen ist. In allgemeinen Strömungsproblemen stellt dieses Vorgehen  
aber ein großes Hindernis mit vielen Unsicherheiten dar, weil die Grenzschichtdicke als asym-  
ptotische Größe geometrisch unbestimmt ist. Außerdem ist das Kriterium (4.14) mit vielen,  
teilweise nur für die ebene Platte gültigen Annahmen verbunden, versagt beispielsweise bei  
Ablösung aufgrund der dann verschwindenden Wandschubspannung und benötigt immer noch  
zusätzlich eine empirische Bedingung für das Transitionsende. Dennoch ist hier von Mayle und  
Schulz [70] ein wichtiger Beitrag geleistet worden, der in der Weiterentwicklung höherwertiger,  
beispielsweise nichtlinearer Zweigleichungsturbulenzmodelle aufgegriffen werden kann.

## 4.2 Strömung ohne Druckgradient bei erhöhtem Turbulenzgrad von 6%

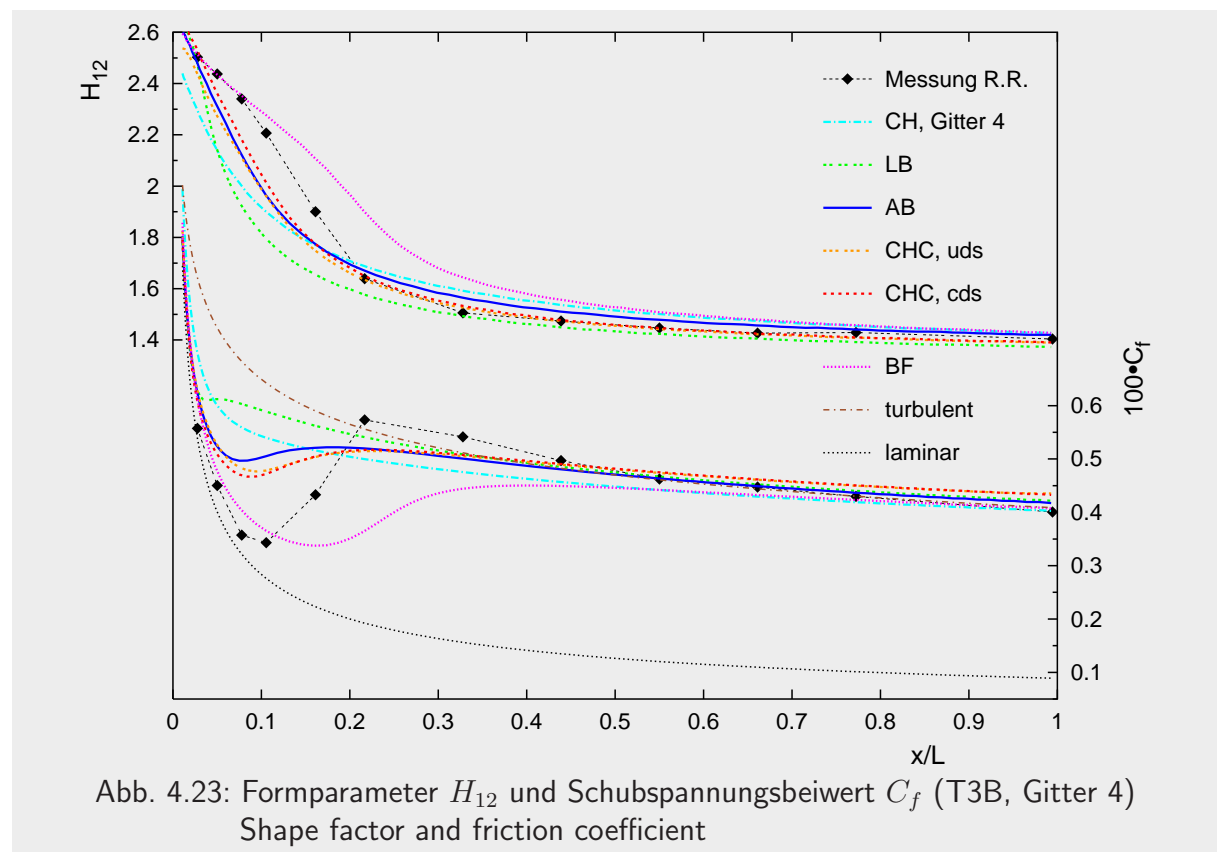
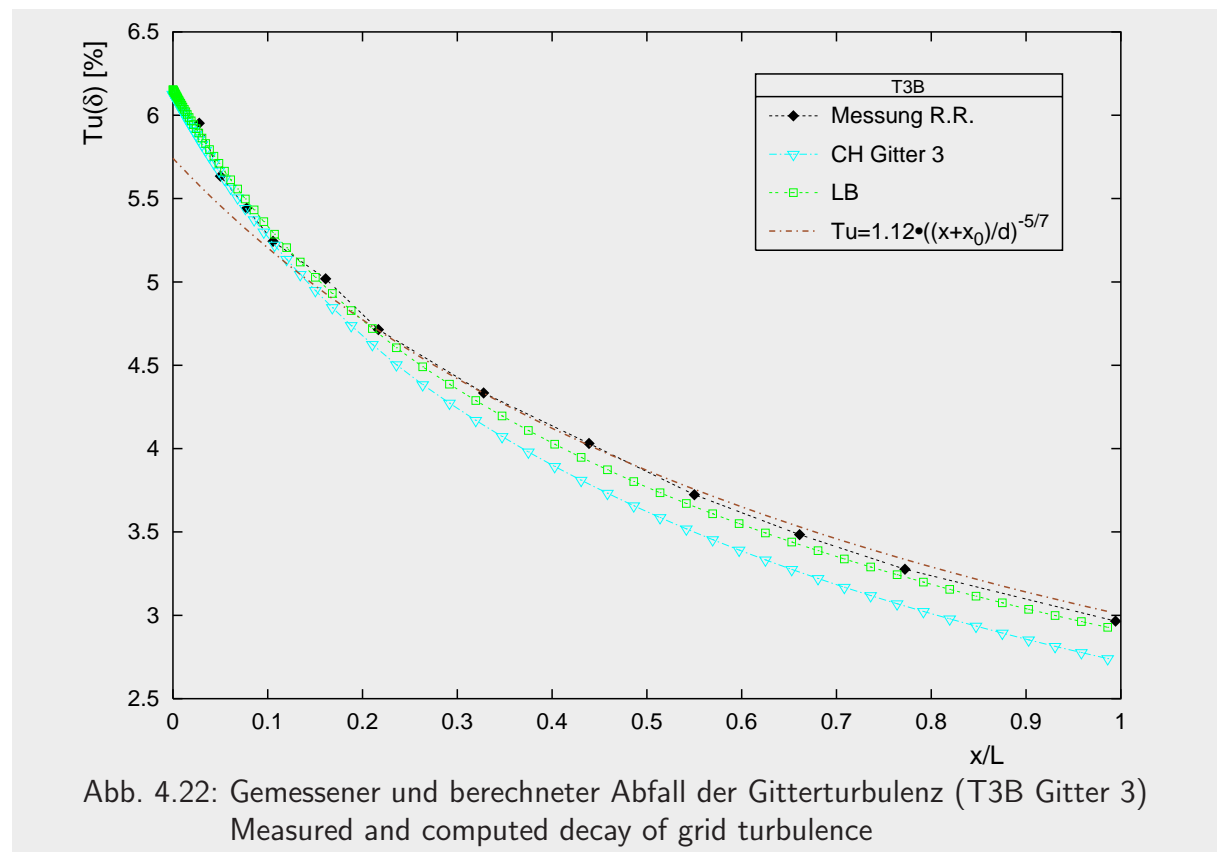
Auch die ebene Plattenströmung bei gegenüber dem Testfall T3A erhöhter Außenturbulenz, hervorgerufen durch ein Windkanalsieb aus Draht quadratischen Querschnitts mit  $d=9.53$  mm bei 25,4 mm Maschenweite im Abstand von 610 mm von der Plattenvorderkante, wurde von Roach und Brierley [82] unter Verwendung der Hitzdrahtanemometrie untersucht. Durch eine annähernd verdoppelte Eintrittsgeschwindigkeit liegt auch die Reynoldszahl um etwa den Faktor zwei höher als im Fall T3A. Aufgrund der höheren Reynoldszahl und des höheren Freistromturbulenzgrades kommt der Einsatzzpunkt der Transition weiter stromauf zu liegen, weshalb zur Verringerung des numerischen Aufwands ein gegenüber dem Testfall T3A kürzeres Rechenggebiet von  $L=900$  mm diskretisiert wird (Bild 4.2).

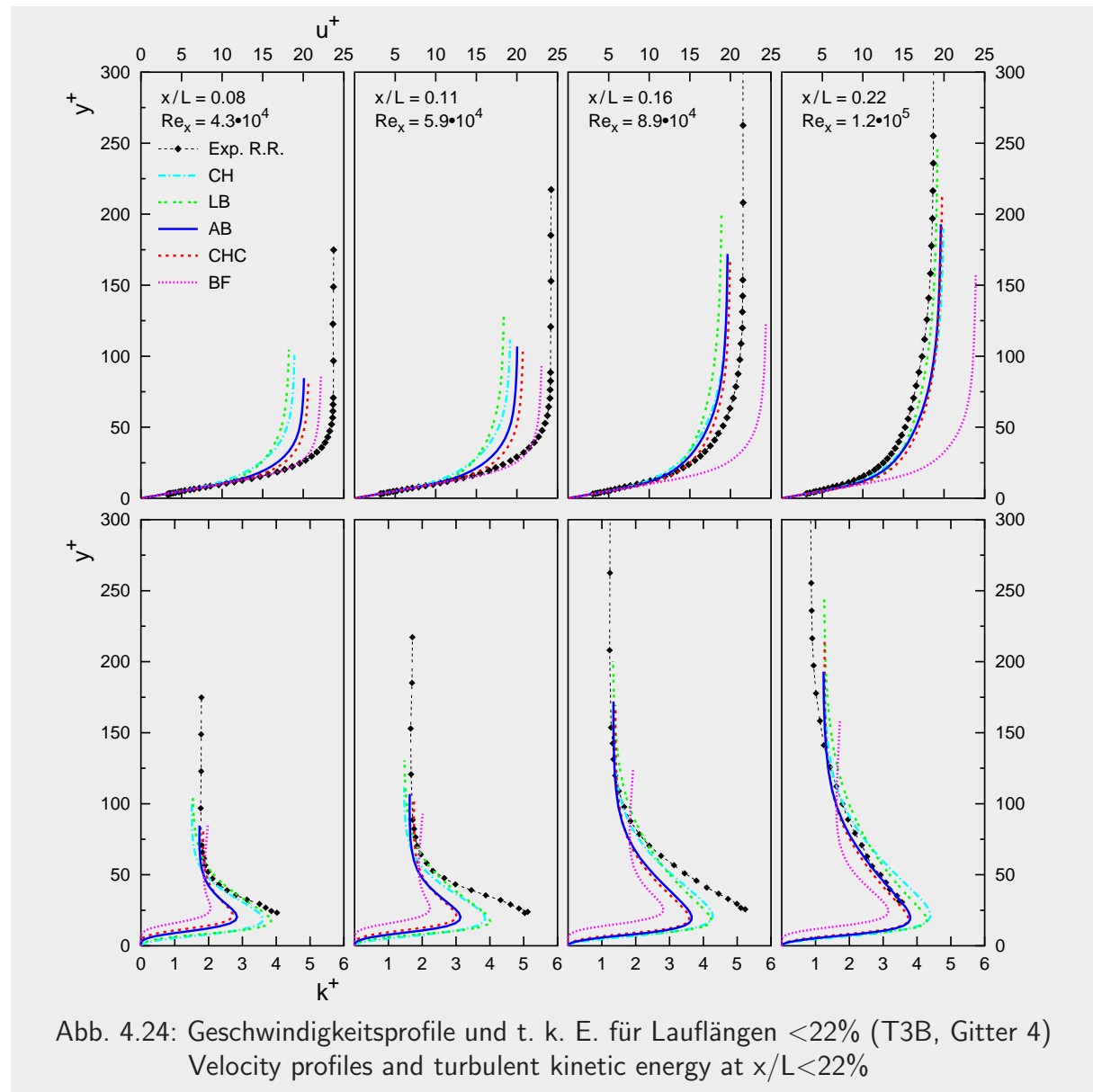
### Eintrittsrandbedingungen

Die Eintrittsrandbedingungen werden, wie schon im Testfall T3A, aus der numerischen Integration der beiden vereinfachten Gleichungen (3.33) und (3.35) so erhalten, daß der experimentell ermittelte Abfall des Turbulenzgrades in der Außenströmung möglichst gut wiedergegeben wird. Sie sind zusammen mit den Abmessungen der Rechengitter und verschiedener sich in der Rechnung einstellender Parameter in Tabelle 4.2 zusammengefaßt. Der sich ergebende Verlauf der Außenturbulenz ist dargestellt in Bild 4.22. Hier gibt die etwas größere Konstante  $C_{\epsilon_2}$  des Modells LB den Verlauf der Messung etwas besser wieder als das Modell CH, wobei auch das Abfallgesetz von Savill [98] nur im Bereich der Vorderkante die Messung weniger gut repräsentiert.

Gitter	NI $\times$ NJ	Eintritts-R.B.	$y_{\min}^+$	NJ( $y^+ < 30$ )	NJ( $\delta$ )	Re $_{x,\min}$
1	59 $\times$ 36		0.32	11	27	144
2	80 $\times$ 36	$U_0 = 9.6$ m/s	0.32	11	27	74
3	118 $\times$ 72	$k_0 = 0.77$ m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>	0.15	23	52	70
4	160 $\times$ 72	$\epsilon_0 = 35.5$ m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup>	0.15	23	52	36
5	236 $\times$ 144	$\rho = 1.17$ kg/m <sup>3</sup>	0.07	46	102	35
6	320 $\times$ 144	$\eta = 1.82 \cdot 10^{-5}$ kg/(m·s)	0.07	46	102	18

Tab. 4.2: Gitter Parameter, Randbedingungen und verschiedene Grenzschichtgrößen (T3B)  
Grid size, inlet conditions and different boundary layer parameters

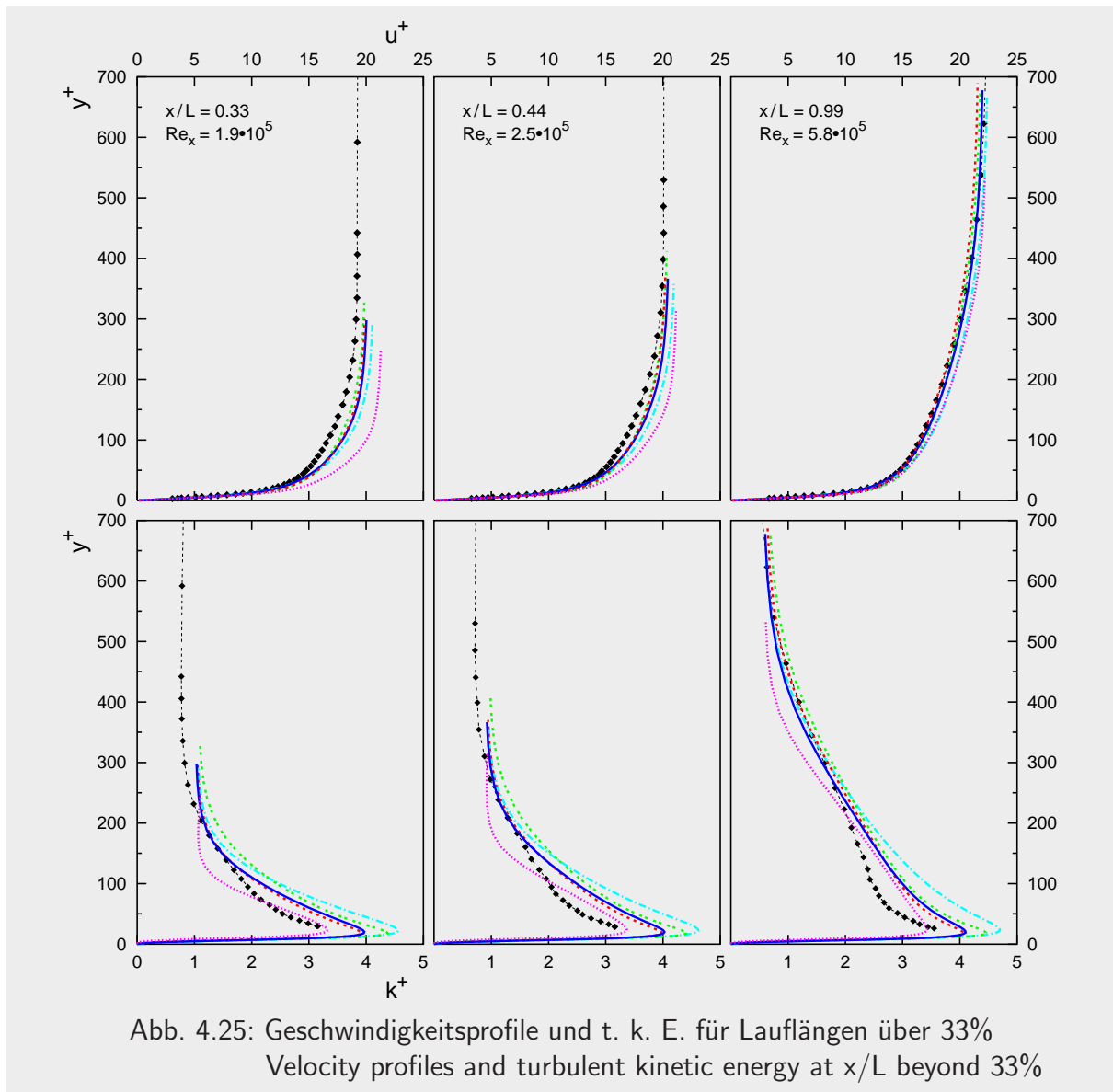




### Ergebnisse für den Testfall T3B

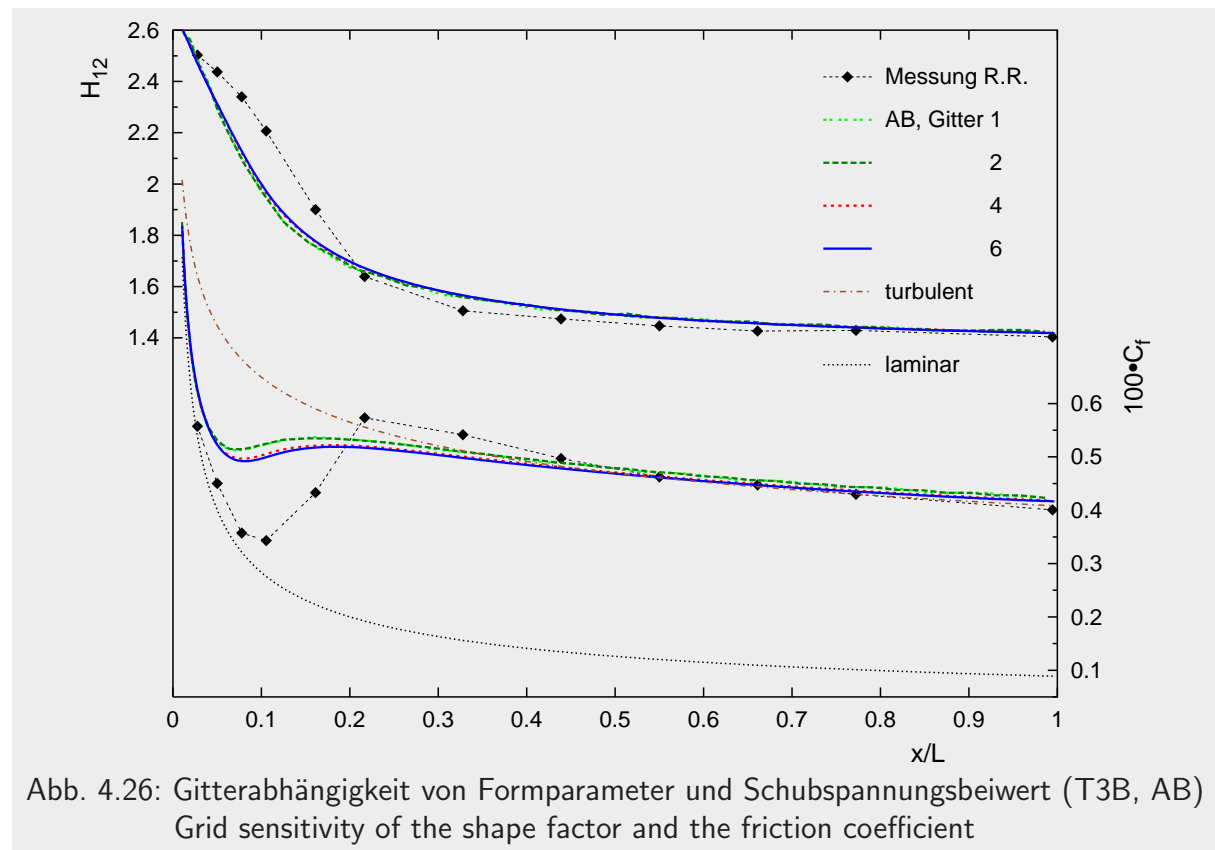
Den Verlauf von Formparameter der Grenzschicht  $H_{12}$  und Schubspannungsbeiwert  $C_f$  für den Testfall T3B zeigt Abbildung 4.23. Während der Formparameter von allen Modellen in zufriedenstellender Übereinstimmung mit den Messungen wiedergegeben wird, zeigen sich deutliche Unterschiede im Verlauf der dimensionslosen Schubspannung. Das CH Modell geht ohne Extrema in den turbulenten Bereich über, während das LB Modell besser abschneidet. Die Modelle AB und CHC berechnen die Transition am richtigen Ort, aber stellen ebenfalls die Extremwerte nicht dar. Die Verwendung des Modells BF führt in diesem Fall zum Umschlag, der aber zu weit stromab liegt. Anhand eines Modells (CHC) ebenfalls dargestellt ist der kaum merkbare Unterschied im Ergebnis bei Verwendung von Diskretisierungsverfahren erster (uds) und zweiter Ordnung (cds) für die konvektiven Flüsse der Transportgleichungen auf Gitter 4.





Im Gegensatz zum Testfall T3A wird der Verlauf der dimensionslosen turbulenten kinetischen Energie für kleine Lauflängen unter 20% von allen Modellen qualitativ besser dargestellt, obwohl das Niveau immer noch zu klein ist (Abbildung 4.24). Trotz der zu gering berechneten Schwankungen in der prätransitionalen Grenzschicht haben diese dennoch über die Reynoldsspannungen einen zu großen Einfluß auf das Geschwindigkeitsprofil, welches schon frühzeitig von dem laminaren der Messung abweicht.

Im voll turbulenten Bereich, dargestellt in Bild 4.25, werden wiederum ähnlich wie im Fall T3A die Schwankungen etwas zu groß bestimmt. Das Maximum in Querrichtung kommt beim richtigen Wandabstand  $y^+$  zu liegen, was aufgrund fehlender Meßwerte – mit der größeren Kreuzdrahtsonde kann nicht verläßlich so nah an der Wand gemessen werden – aus Bild 4.25 nicht hervorgeht, aber durch Vergleich mit ebenfalls vorhandenen Eindrahtsondenmessungen überprüft werden kann.

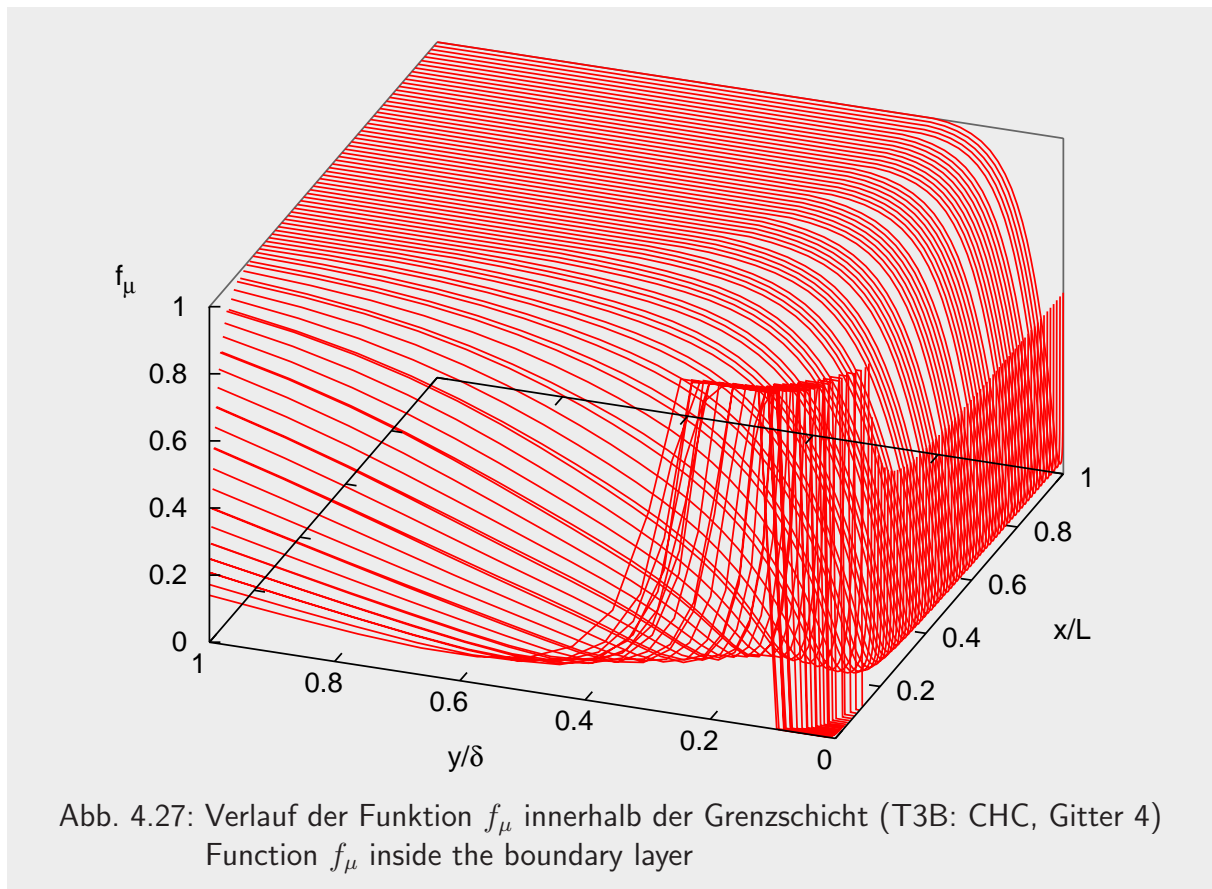


### Gitterabhängigkeit

Die Abhängigkeit der numerischen Lösung des Modells AB von dem eingesetzten Rechnernetz ist in Bild 4.26 dargestellt. Wenn auch auf keinem Gitter die Extrema in der Schubspannung zu Beginn und am Ende des Transitionsvorgangs deutlich genug auftauchen, so stellt sich doch schon auf Gitter 3 eine gitterunabhängige Lösung ein. In diesem Fall liegen 52 Zellen innerhalb der Grenzschicht sowie 23 unterhalb von  $y^+ = 30$  bei einem minimalen Wandabstand von  $y^+ = 0,15$ .

Vergleicht man nun den Verlauf der low-Reynolds Funktion  $f_\mu$  in Bild 4.27 mit der prinzipiell gleichen Auftragung in Abbildung 4.11 auf Seite 43, so wird deutlich, daß bei höherer Außenturbulenz von hier 6% der diskontinuierliche Verlauf der Funktion  $f_\mu$  zwar immer noch vorhanden, aber auf einen wesentlich kleineren Bereich beschränkt ist. Die aus dem höheren Turbulenzgrad, der auch in der prätransitionalen Grenzschicht spürbar ist, resultierenden größeren turbulenten Reynoldszahlen bereiten weniger Probleme bei der Berechnung der Dämpfungsfunktionen und bewirken eine schon bei größeren Gittern gitterunabhängige Lösung.

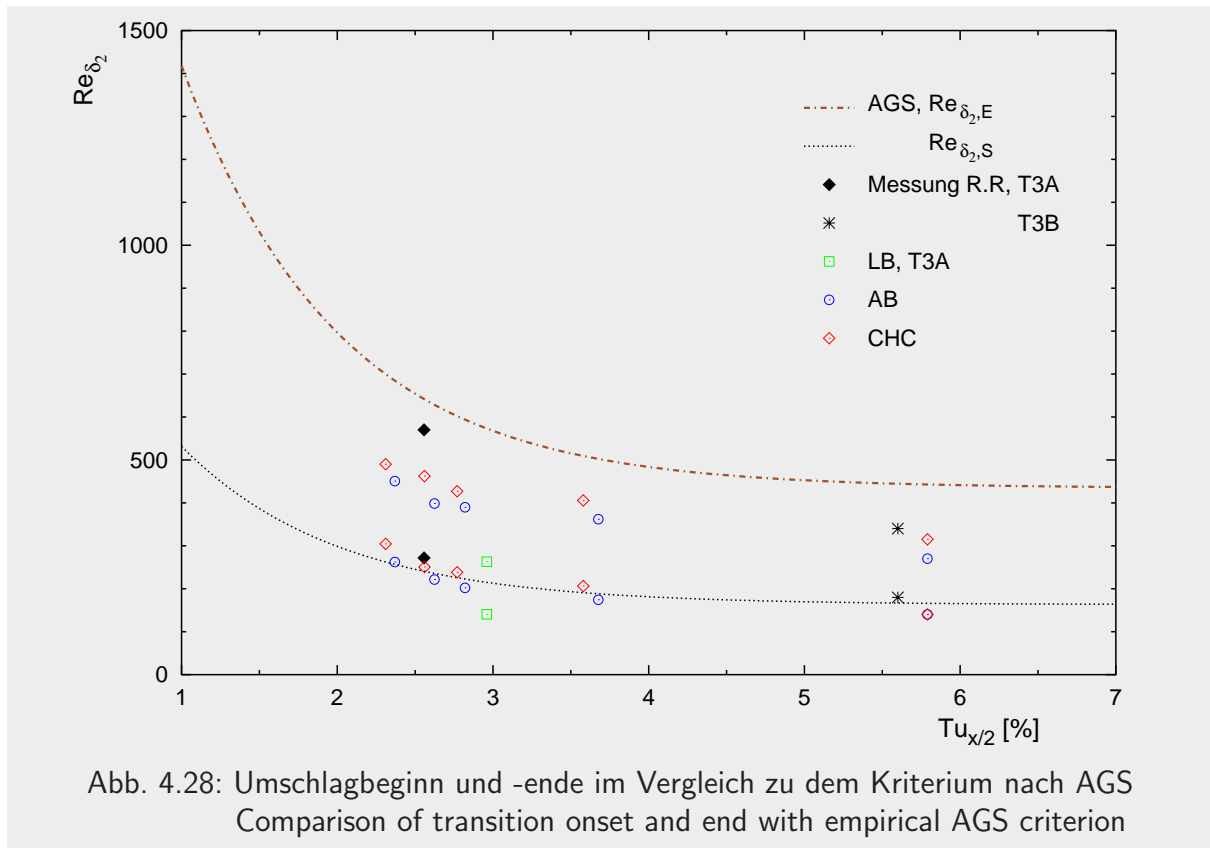
Auch die Funktion  $f_1$  des Modells LB (Tabelle 3.2) muß in einem deutlich kleineren Bereich nach Gleichung (3.24) limitiert werden, was vergleichend mit dem Testfall T3A schon in Bild 4.14 auf Seite 45 gezeigt wurde.



### Abschließende Beurteilung der Testfälle T3A und T3B

Aufgrund der Verwendung einer teils geometrischen Information in Form von  $y^+$  in der Dämpfungsfunktion  $f_\mu$  besitzt das Modell CH ein recht gutes Konvergenzverhalten und bereitet keine Probleme durch Unstetigkeiten im Verlauf der Dämpfungsfunktionen; es ist daher für Initialisierungsrechnungen geeignet, aber zur Berechnung der Transition eher ungeeignet.

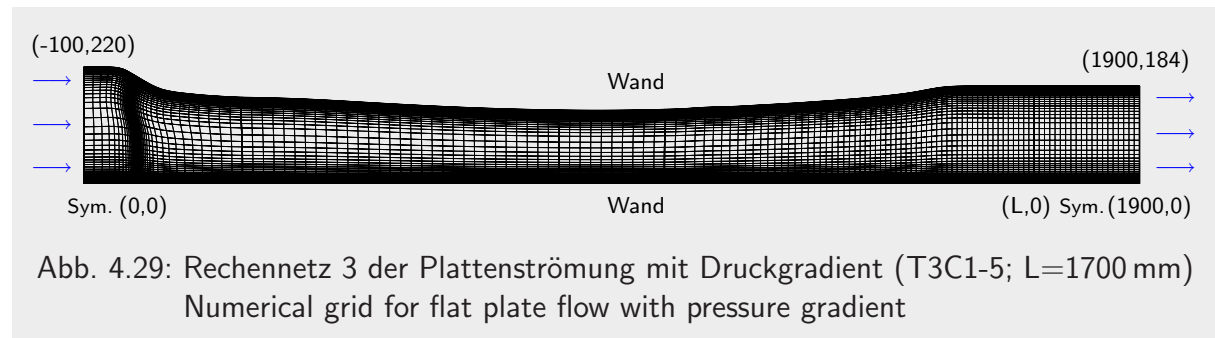
Bei niedriger Außenturbulenz bereitet die für turbulente Strömungen asymptotisch korrekte Formulierung der low-Reynolds Funktionen der Modelle AB und CHC Schwierigkeiten durch einen im laminaren Bereich diskontinuierlichen Verlauf. Dort werden die Geschwindigkeitsschwankungen zu klein vorhergesagt; die Lage des Umschlags läßt sich mit diesen beiden Modellen recht gut bestimmen, wobei die Umschlagslänge zu kurz berechnet wird. Das Modell LB ist aufgrund der Formulierung der Funktion  $f_1$  nur mit einer ad-hoc Limitierung einsetzbar und für die Transitionslagenerkennung etwas besser als das Modell CH. Das Modell BF, welches in der Formulierung  $f_\mu$  auch auf die turbulente Reynoldszahl  $Re_y$  verzichtet, so daß ein Wandabstand nur noch in der Funktion  $f_2$  auftaucht, berechnet die Bypass-Transition immer zu spät. Es ist außerdem das Modell mit dem schlechtesten Konvergenzverhalten. Die höhere Gitterabhängigkeit bei niedrigerer Außenturbulenz ist nicht so zu verstehen, daß eine höhere Anzahl von verfeinerten Gittern benötigt wird, um eine davon unabhängige Lösung zu erhalten. Vielmehr nehmen die numerischen Probleme im prätransitionalen Bereich aufgrund einer dort



ungünstigen Modellierung mit zunehmender Gitterverfeinerung zur Wand hin zu, so daß es keinen Sinn macht, kleinere Wandabstände als etwa  $y^+ \approx 0,2$  zu realisieren.

Im Fall höherer Turbulenzgrade verringern sich die oben genannten Probleme der Formulierung der Dämpfungsfunktionen. Hier verschmiert die hohe Außenturbulenz den Transitionsvorgang, wodurch die experimentell nachweisbaren Extremwerte im Verlauf des Schubspannungsbeiwerts  $C_f$  zu flach berechnet werden. Die Lage des Umschlagsbeginns wird von den Modellen CHC und AB gut bestimmt.

Zusammenfassend werden in Bild 4.28 die Ergebnisse der Rechnungen zu den Testfällen T3A, T3B sowie der Variationen des Längenmaßes aus Kapitel 4.1.1 im Vergleich zu dem empirischen Kriterium nach Abu-Ghannam & Shaw [3] dargestellt. Hier zeigt sich anhand einer Auftragung der für einen gegebenen mittleren Turbulenzgrad sich einstellenden Impulsverlustdicken-Reynoldszahl  $Re_{\delta_2} = u_\infty \delta_2 / \nu$  bei Start und Ende der Transition (Definition auf Seite 15), berechnet an dem Ort des lokalen Minimums bzw. Maximums des Schubspannungsbeiwerts, die generelle Tendenz der guten Vorhersage des Transitionsbeginns und der verkürzten Ausdehnung des Transitionsgebiets. Die beiden Modelle AB und CHC liegen damit besser als die Reynoldsspannungsmodelle von Hanjalić et al. [41] und Savill [103], welche Westin und Henkes in ihrer Arbeit [134] vergleichend auf die Plattenströmung anwenden.

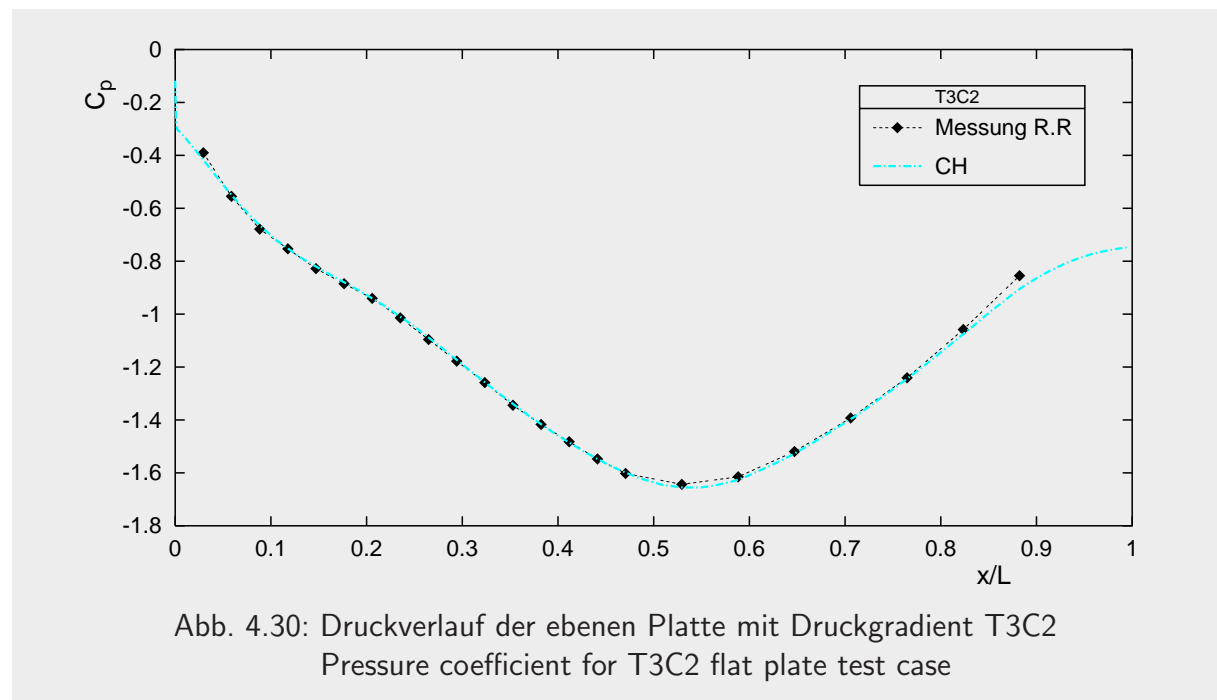


### 4.3 Strömung mit Druckgradient

Im Rahmen der ERCOFTAC werden Messungen von Rolls Royce in dem in Bild 4.1 dargestellten Windkanal an einer ebenen Platte zur Verfügung gestellt [132]. Hierbei wird durch eine Konturierung der der Platte gegenüberliegenden Seite ein Druckverlauf realisiert, wie er typisch ist für eine “aft-loaded” ausgelegte Profilsaugseite (Abbildung 4.30). Durch eine langgezogene Beschleunigung über etwa 55% der Lauflänge wird eine lange laminare Grenzschicht erhalten, die die Gefahr der mit großen Verlusten verbundenen Ablösung birgt, wenn sie in die anschließenden Bereiche der verzögerten Strömung gerät. Es werden fünf Testfälle in der Reihenfolge des auftretenden Umschlags vergleichend mit den Messungen untersucht. Hierbei variiert bei allen Fällen die Lauflängen-Reynoldszahl, während der nominale Turbulenzgradverlaufs der Testfälle T3C2, T3C3, T3C4 und T3C5 unterscheidet sich aber die turbulente kinetische Energie im Niveau in allen Testfällen aufgrund der unterschiedlichen Freistromgeschwindigkeit (Gleichung (2.4)). Die Eintrittsbedingungen werden wieder wie bei der ebenen Platte ohne Druckgradient erhalten (Kapitel 4.1) und sind in Tabelle 4.3 dokumentiert. Es ergibt sich damit der in Bild 4.32 gezeigte Verlauf des Außenturbulenzgrades. Von den drei Rechennetzen wird das feinste mit 13.000 Kontrollvolumen nur bei den Testfällen T3C3 und T3C4 verwendet; hier liegt der Umschlag sehr weit stromab, und es wird eine gegenüber Gitter 2 zusätzliche Verfeinerung im hinteren Bereich in Laufrichtung durchgeführt (Bild 4.29). Im Gegensatz zu den Testfällen der ebenen Platte ohne Druckgradient wird hier die Gegenkontur mit der Wandrandbedingung belegt und durch die Vernetzung auch dort die Grenzschicht

Testfall	$NI \times NJ$	$U_0 [\frac{m}{s}]$	$k_0 [\frac{m^2}{s^2}]$	$\epsilon_0 [\frac{m^3}{s^3}]$	$Tu_\infty(x=0) [\%]$
T3C1		5,9	0,72	57,0	7,7
T3C5	134 × 57	8,4	0,2	13,5	3,0
T3C2	134 × 76	5,0	0,059	2,0	3,0
T3C3	172 × 76	3,7	0,042	1,6	3,0
T3C4		1,2	0,0068	0,11	3,0

Tab. 4.3: Gitter Parameter und Randbedingungen der Testfälle T3C1-5  
Grid size and inlet conditions for test cases T3C1-5



aufgelöst, wobei der Hauptanteil der Zellen in der unteren, transitionalen Plattengrenzschicht zu liegen kommt. Nach dem Ende der Platte wird noch ein Gebiet von 200 mm Länge, begrenzt durch Symmetrieränder, modelliert, um am Austritt eine möglichst ausgeglichene Strömung vorliegen zu haben. Den Verlauf des durch die Gegenkontur aufgeprägten Druckes zeigt Bild 4.30 für den Testfall T3C2 vergleichend zwischen der Rechnung mit dem CH Modell und der Messung. Abbildung 4.31 zeigt die ungestörte Außengeschwindigkeit am Grenzschichtrand aus der Messung der fünf Testfälle. Im Vergleich dazu wird die Geschwindigkeit aus der Rechnung mit dem CHC Modell, wie sie zum einen am Rand der berechneten Grenzschichtdicke  $\delta$  und zum anderen auf halber Kanalhöhe auftritt, dargestellt. Hier wird das Problem der Bestimmung der Freistromgeschwindigkeit am geometrisch unbestimmten Grenzschichtrand insbesondere in einer Konfiguration, in der auch in Querrichtung eine Geschwindigkeitsverteilung auftritt, deutlich. Aus Sicht des Numerikers wäre es daher sinnvoll, zu Vergleichszwecken zusätzlich eine Geschwindigkeit  $u_{\text{ref}}$  in einem bestimmten, geometrisch festgelegten Wandabstand aus der Messung zu erhalten. Da in der Definition (3.40) des Schubspannungsbeiwerts die Freistromgeschwindigkeit quadratisch eingeht und deren Bestimmung mit der eben genannten Unsicherheit verbunden ist, wird in diesem Kapitel der mit der ungestörten Anströmgeschwindigkeit  $U_0$  aus Tabelle 4.3 gebildete Beiwert  $C_{f0}$  aufgetragen.

Aufgrund des hohen Turbulenzgrades ist der Testfall **T3C1** jener, bei welchem der Umschlag am frühesten und noch deutlich im Bereich der beschleunigten Strömung eintritt und endet. Abbildung 4.33 vergleicht Rechnung und Messung dieses Falls, und es bestätigen sich auch in druckgradientenbehafteter Strömung die an der ebenen Platte erzielten Erkenntnisse: sowohl das Modell CH als auch das Modell LB berechnen den Umschlag zu früh, während das Modell BF den Einsatzort des direkten Umschlags zu weit stromab bestimmt. Die Modelle AB und CHC liegen deutlich näher an der Messung, geben aber die Extrema in sehr hoher Außenturbulenz analog zu dem Testfall T3B zu schwach ausgeprägt wieder.

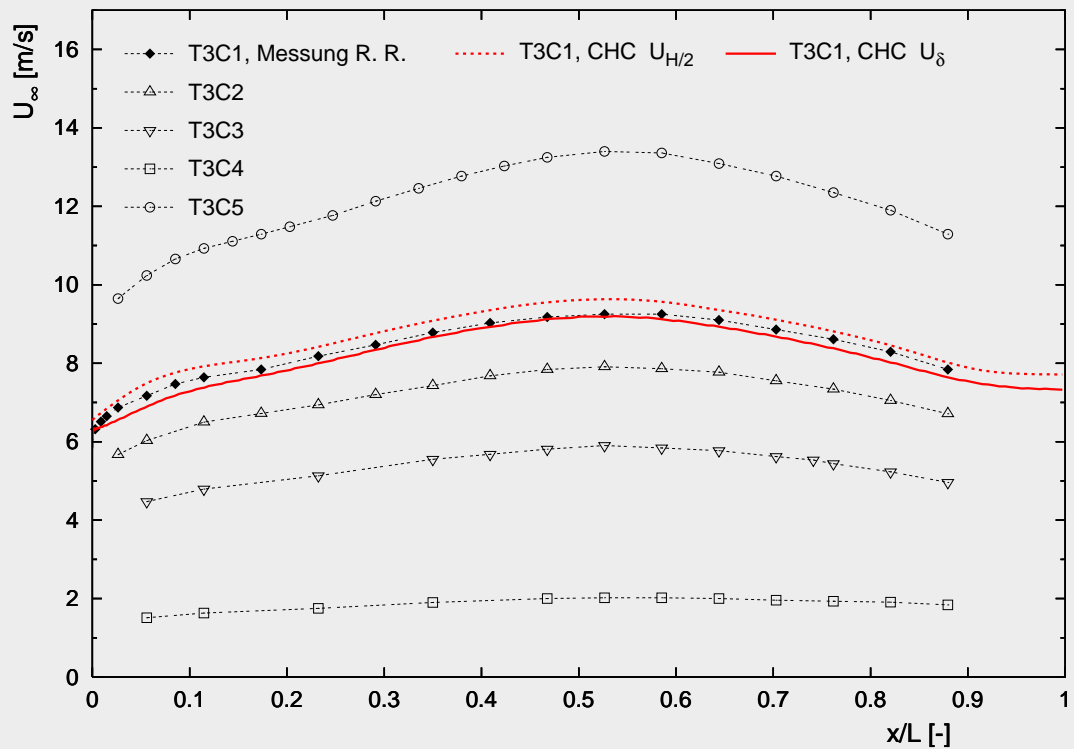


Abb. 4.31: Verlauf der Außengeschwindigkeit für die verschiedenen Testfälle T3C1-5  
Free stream velocity for test cases T3C1-5

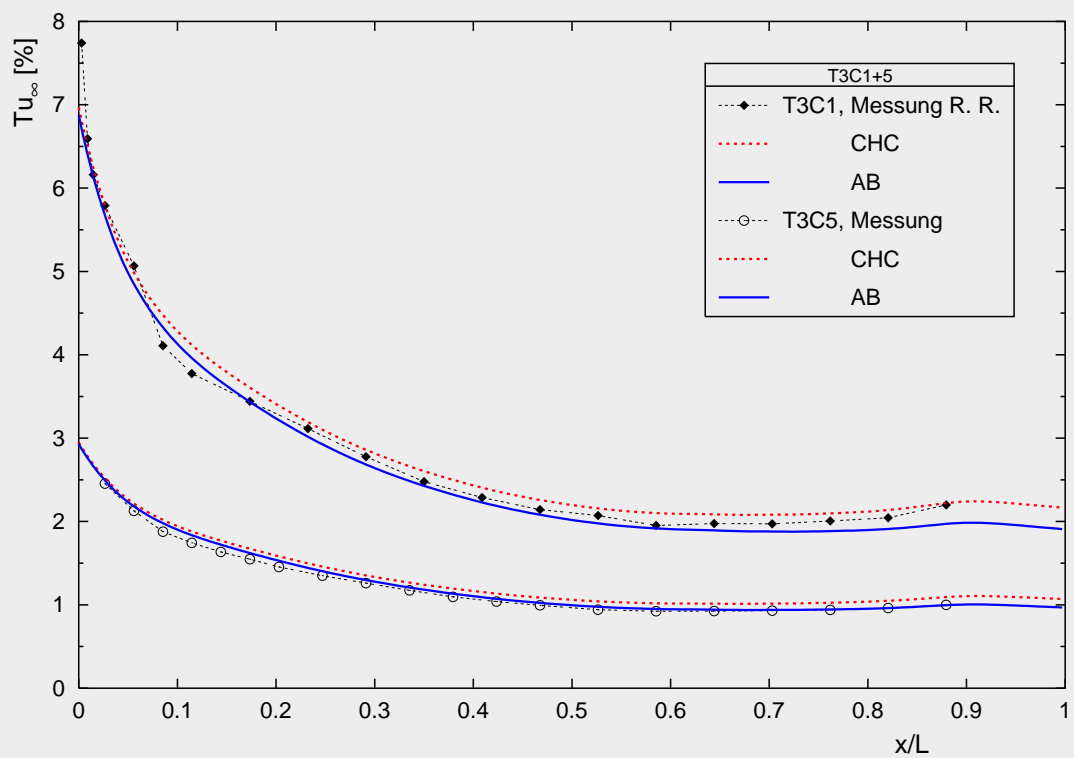
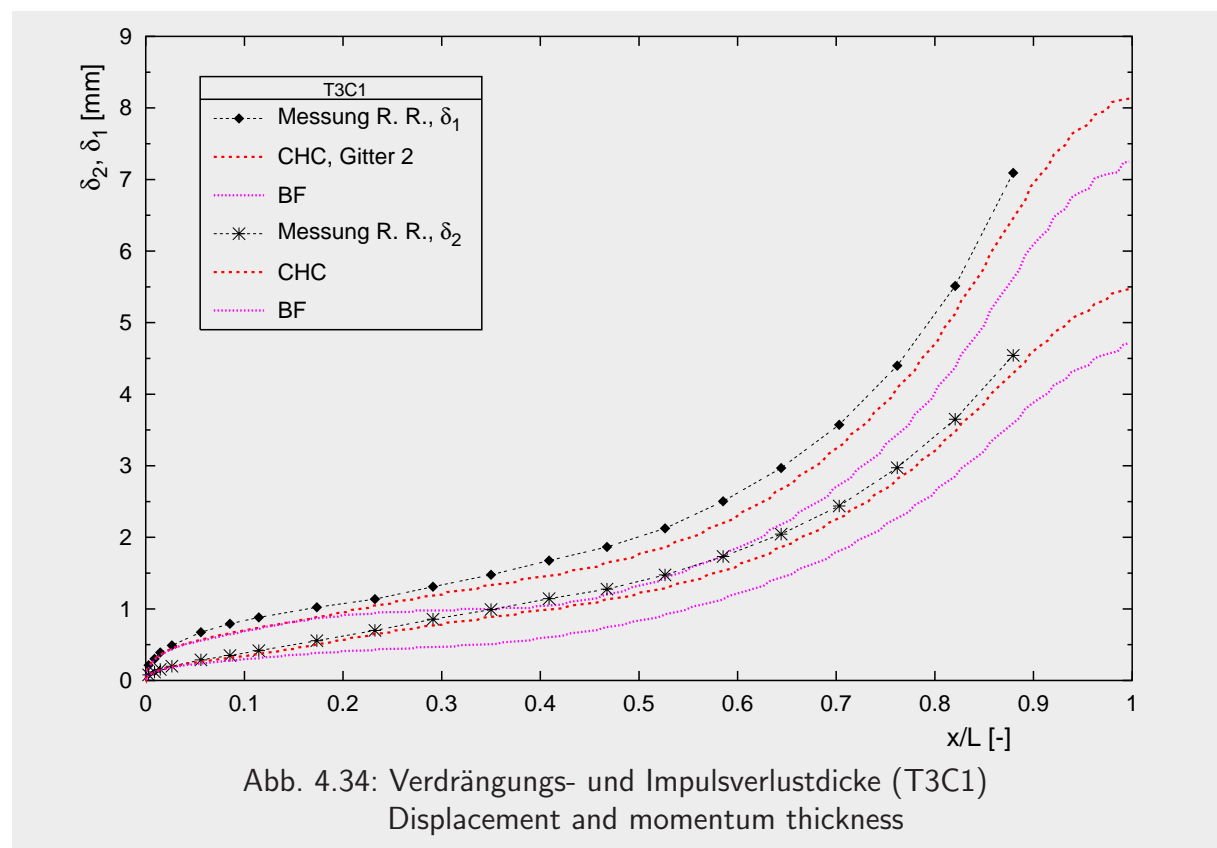
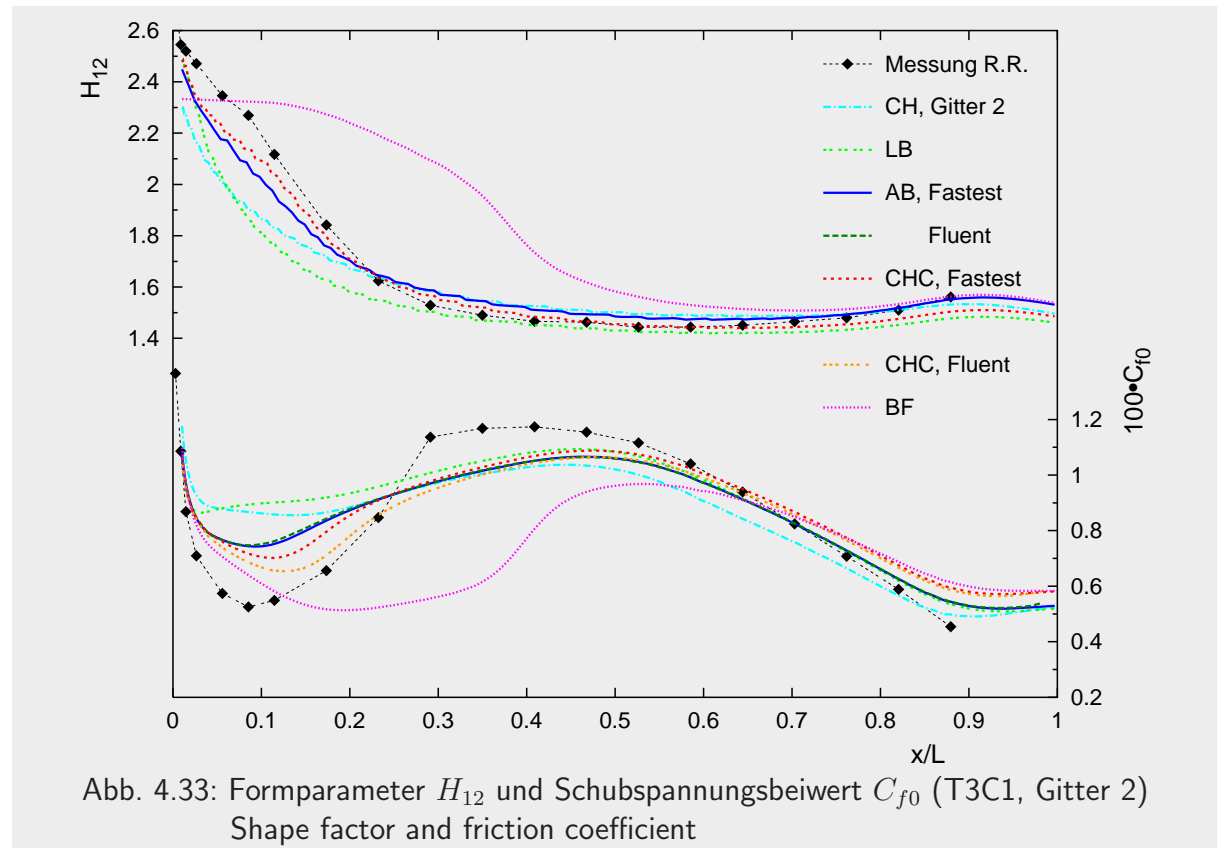
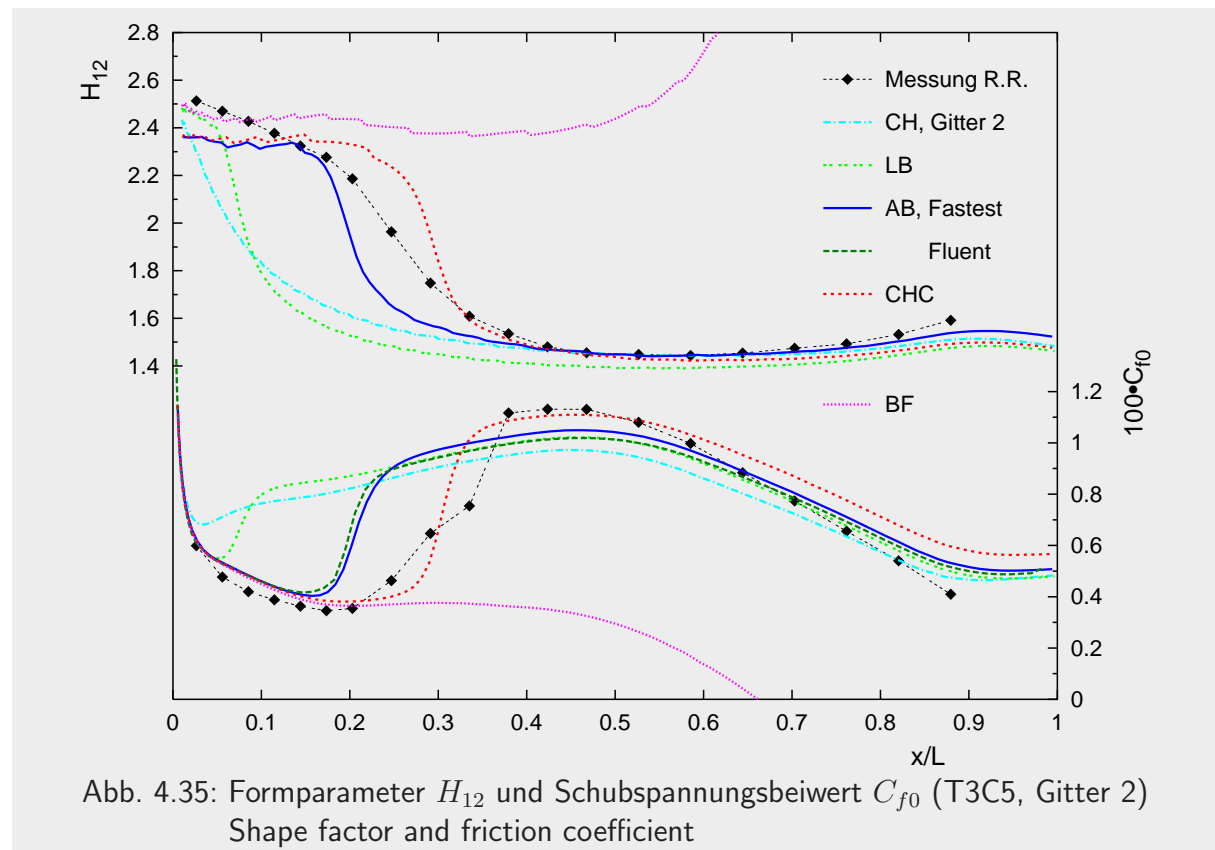


Abb. 4.32: Verlauf des Freistromturbulenzgrades für die Testfälle T3C1+5  
Free stream turbulence intensity for test cases T3C1+5





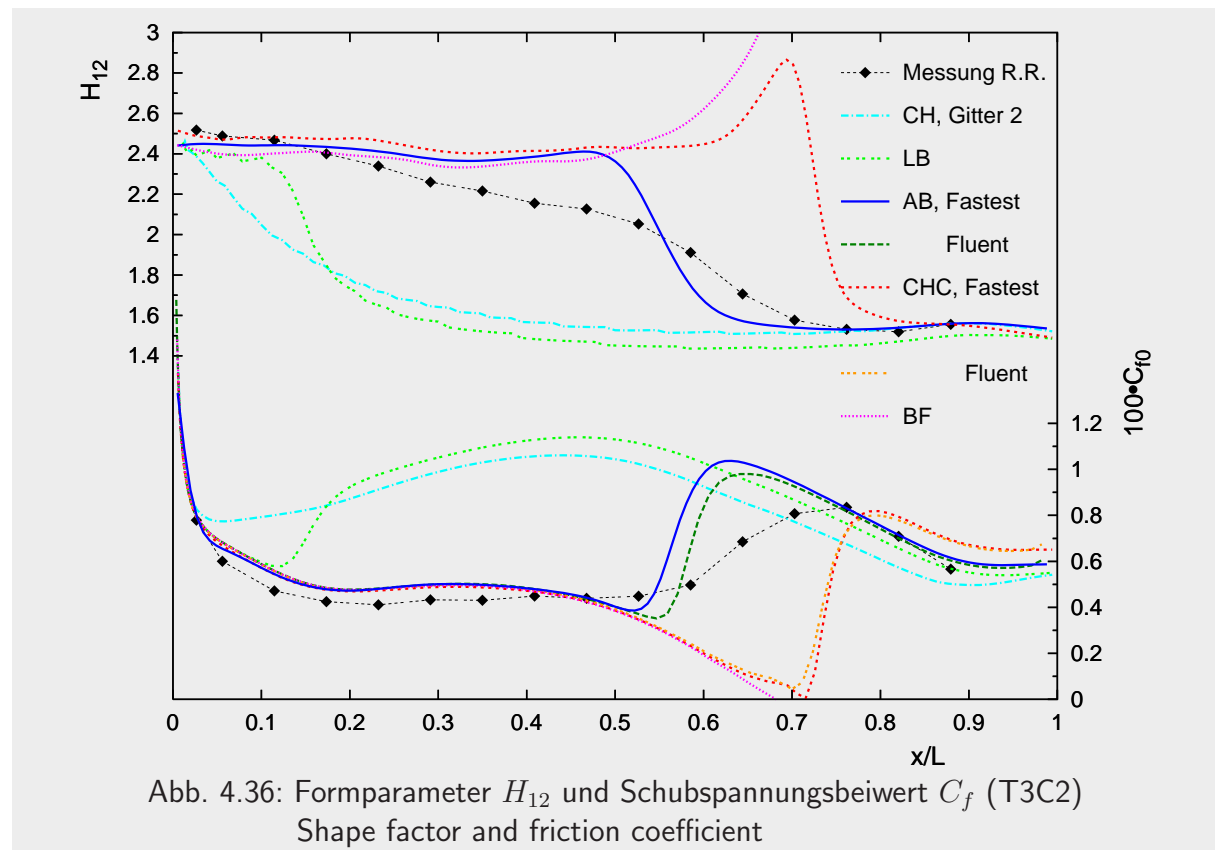


Die Lage des Umschlags hat einen Einfluß auf die Grenzschichtgrößen Verdrängungs- und Impulsverlustdicke ((3.38), (3.39)). Daher führt der verspätete Umschlag im Fall der Verwendung des Modells BF zu einem zu geringen Wachstum dieser Größen (Bild 4.34).

Den Testfall T3C1 berechnet auch Hadžić [34] mit dem RSM Modell von Hanjalić et al. Er weist auf den großen Einfluß des Dissipationslängenmaßes hin, welches bei Variation zwischen  $L_{\epsilon 0} = 5 \div 10$  mm die Ergebnisse zwischen laminarer Ablösung und zu frühem Umschlag variieren läßt. Er geht jedoch nicht auf den sich dann jeweils einstellenden Verlauf des Außenturbulenzgrades ein (hier Bild 4.32).

Da in folgenden Kapiteln auch das Programm FLUENT zum Einsatz kommt, wird, exemplarisch gezeigt an den Testfällen T3C1, T3C5 und T3C2, ein Vergleich der mit den beiden Programmen erzielten Ergebnisse unter Verwendung der Modelle AB und CHC vorgenommen (Abbildung 4.33, 4.35 und 4.36). Es ergeben sich sehr gute Übereinstimmungen, wobei kleinere Verschiebungen der Transitionslage auf die unterschiedlichen Randbedingungen nach Gleichung (3.28) und (3.29) und die unterschiedliche Limitierung (3.26) zurückzuführen sind.

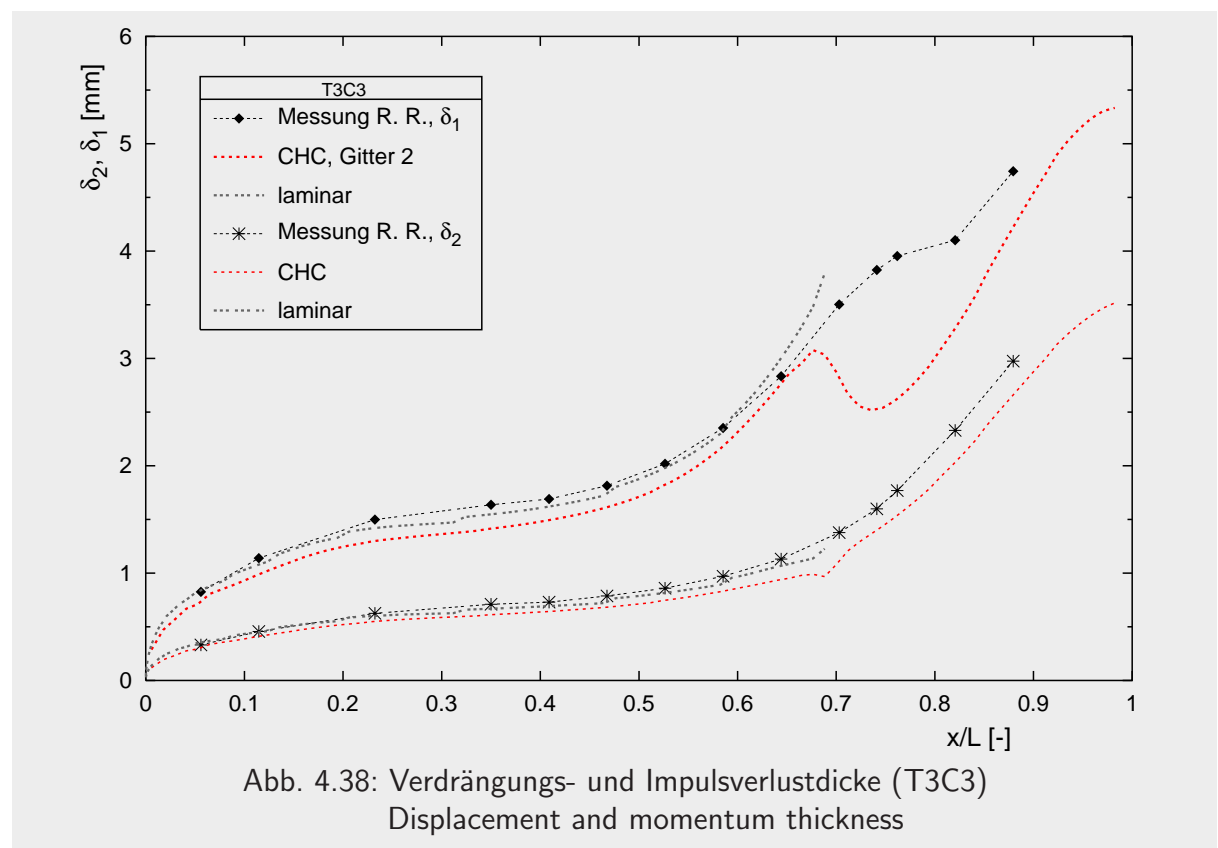
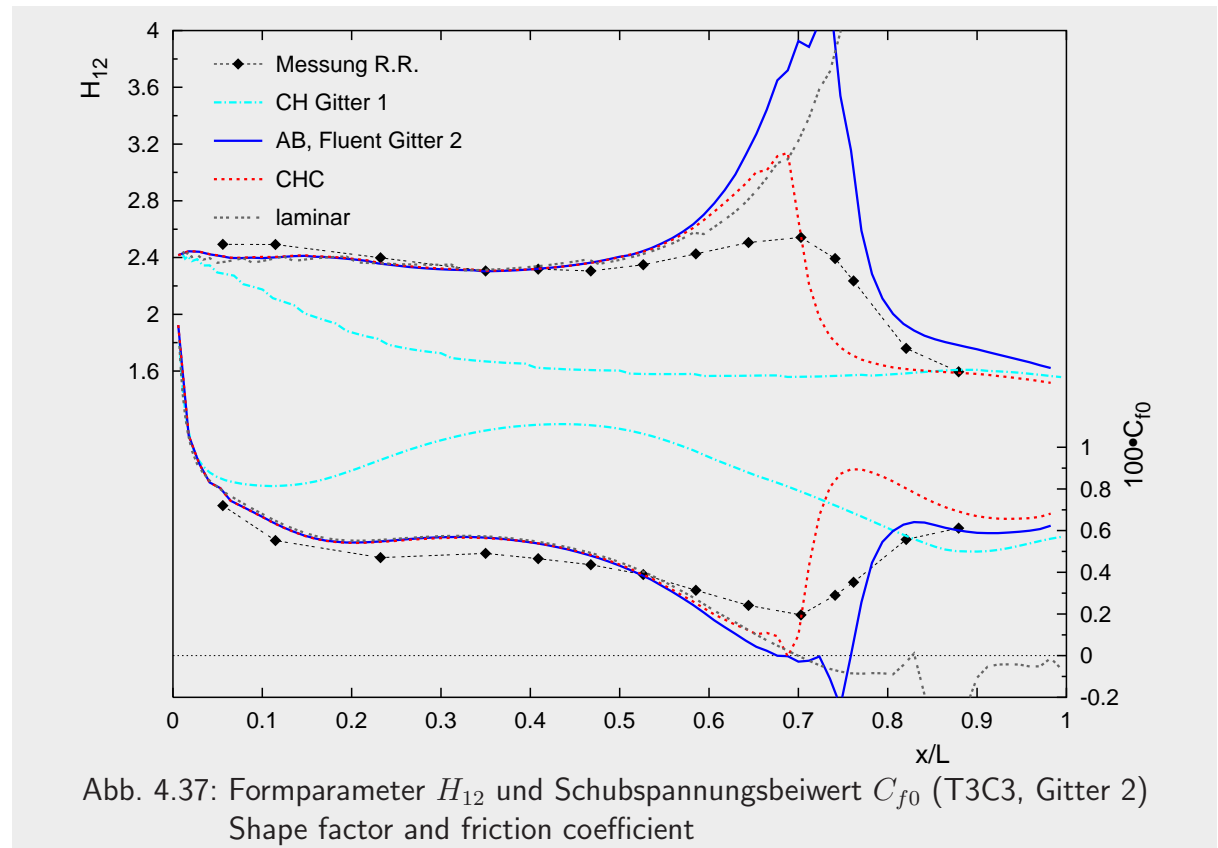
Auch im Fall **T3C5** mit der schwächsten Beschleunigung und Verzögerung liegt das Transitionsgebiet noch in der beschleunigten Strömung, und aufgrund des gegenüber T3C1 niedrigeren Turbulenzniveaus von nominal 3% werden die Extremwerte in der Wandschubspannung von den Modellen AB und CHC ausgeprägter wiedergegeben. Das Modell BF bestimmt hier schon eine laminare Ablösung ohne turbulentes Wiederanlegen (Bild 4.35).

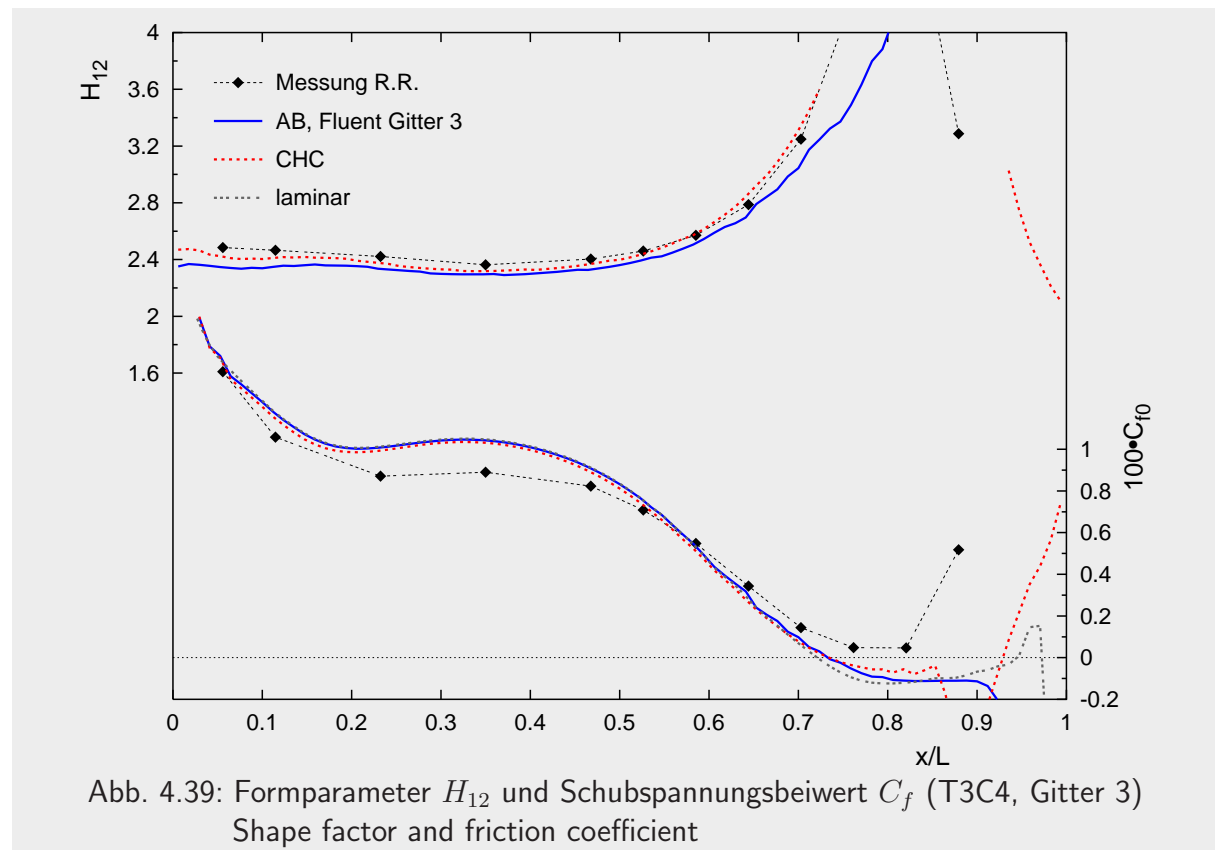


Die weitere Reduzierung der Reynoldszahl unter Beibehaltung des Turbulenzgradniveaus charakterisiert den Testfall **T3C2**. Hier setzt der Umschlag nach Überschreiten des Geschwindigkeitsmaximums ein. Nur die beiden Modelle AB und CHC sind noch einigermaßen in der Lage, den Umschlagbereich zu treffen, wobei die Transition zu abrupt erfolgt. Im Fall des CHC Modells geschieht dies knapp vor der Ablösung, angekündigt durch den starken Anstieg des Formparameters  $H_{12}$ .

Durch die weitere Absenkung der Geschwindigkeit in Fall **T3C3** entwickelt sich eine laminare Grenzschicht, die sich über 70% der Lauflänge erstreckt. In der Messung deutet sich durch den Anstieg des Formparameters eine nahende Ablösung an, der der Umschlag jedoch zuvorkommt. Auch die Modelle AB und CHC geben dies qualitativ wieder, liegen jedoch näher an der Ablösung als die Messung und vollziehen die Transition erneut zu abrupt. Die lange laminare Grenzschicht wird auch angezeigt durch die Verläufe der Verdrängungs- und Impulsverlustdicke in Abbildung 4.38, die bis zum Ablösepunkt von einer rein laminaren Rechnung sogar leicht besser zur Messung liegend berechnet werden. Nach erfolgter Ablösung bei der laminaren Lösung vollzieht das Modell CHC den Umschlag aber noch und gibt damit letztendlich die Messung besser wieder.

Mit FASTEST konnte ab hier nur noch der Testfall T3C3 mit dem CH Modell zu einer konvergierten Lösung gebracht werden, weshalb in den Bildern 4.37 und 4.39 FLUENT-Ergebnisse der Modelle AB und CHC präsentiert werden.





In dem Testfall **T3C4** erreicht der Beschleunigungsparameter  $K$ , Gleichung (2.1), über weite Bereiche der beschleunigten Strömung Werte, die oberhalb der Grenze von  $3 \cdot 10^{-6}$  liegen und damit von vornherein einen Umschlag verhindern. Erst im Bereich gegen Ende der Platte, wo die Strömung einer starken Verzögerung unterzogen wird, setzt der Umschlag infolge der turbulenzanfachenden Wirkung des positiven Druckgradienten abrupt ein. In der Berechnung mit den Modellen AB und CHC kommt es aber zu einer laminaren Ablösung und der Ausbildung von größeren Rückströmgebieten auch an der Gegenkontur. Obwohl hier das CHC Modell eine sich wiederanlegende Strömung berechnet, ist die Lösung mit den low-Reynolds Modellen vergleichbar mit einer rein laminaren Berechnung, allerdings mit dem Unterschied, daß letztere mit deutlich geringerem Aufwand zu einer Lösung führt. Diese ist aber im Normalfall natürlich nicht von vornherein als laminar vorherzusehen.

In diesem letzten Testfall T3C4 der ebenen Platte mit Druckgradient liegt eine fast komplett laminare Grenzschicht vor. Der doch gerade noch einsetzende Umschlag kommt einer nur durch den Druckverlauf und nicht die Geometrie bedingten Ablösung zuvor. Diese Strömungsform ist nicht gerade als die Domäne der ursprünglich für die wandnahe Dämpfung in vollturbulenter Strömung entwickelten low-Reynolds Modelle zu betrachten. Sie reagieren auf diesen Fall mit extrem langsamer Konvergenzgeschwindigkeit mit über 10.000 notwendigen Iterationen oder auch mit divergierenden Ergebnissen.

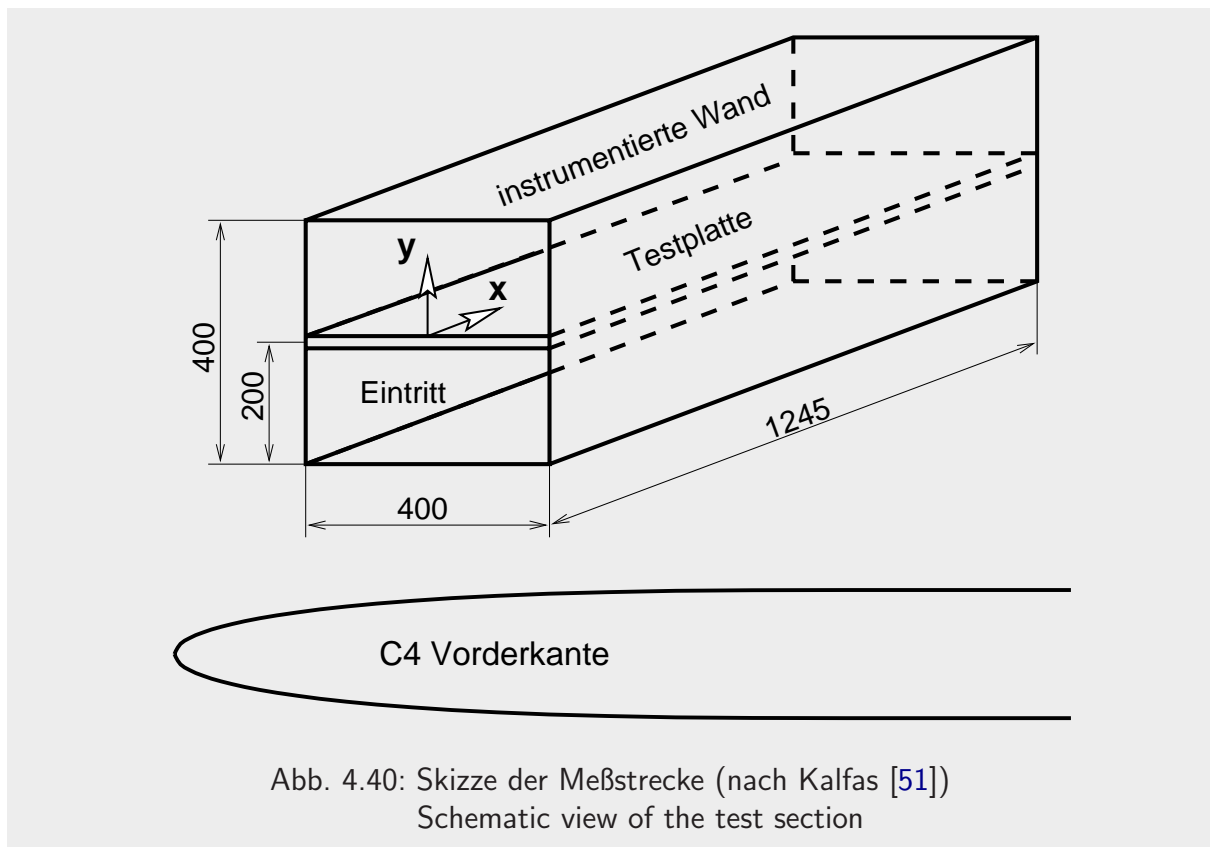
Dennoch sind die Resultate als sehr erfolgversprechend zu bewerten.

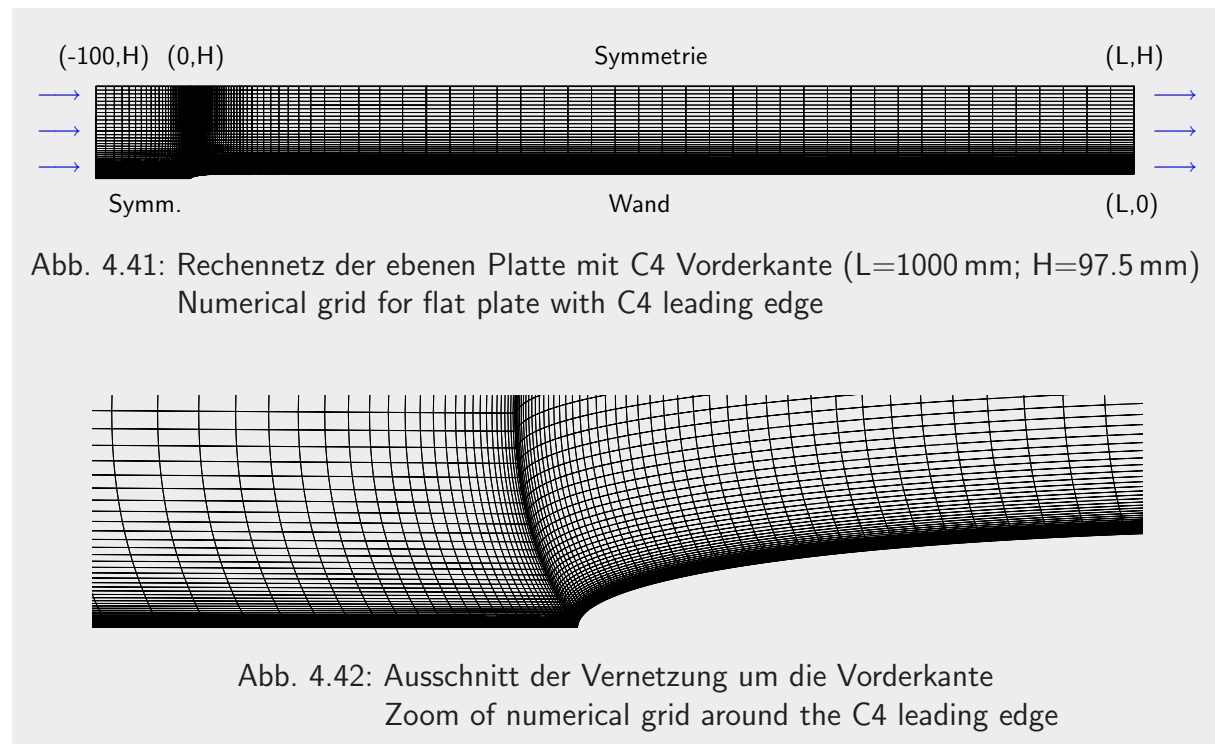
## 4.4 Einfluß der Plattenvorderkante auf die transitionale Strömung

Profile von Turbomaschinen besitzen eine profilierte Vorderkante, die aufgrund ihrer Formgebung über den sich einstellenden Druck- und Geschwindigkeitsverlauf die stromab liegende Transition beeinflusst. Dieser Einfluß wurde in den vorangegangenen Kapiteln außer acht gelassen und ist Inhalt dieses Kapitels. Die zum Vergleich zwischen Numerik und Experiment herangezogenen Meßdaten wurden von A. Kalfas in den Arbeiten [49]-[52] veröffentlicht und freundlicherweise zur Verfügung gestellt.

Den Versuchsaufbau der Messung mit Hitzdrahtsonden zeigt Bild 4.40, in der auch die Form der Plattenvorderkante abgebildet ist. Dieses symmetrische C4-Vorderkantenprofil ist analytisch beschreibbar (siehe Kalfas [49]) und wird wegen der Vermeidung des Auftretens einer laminaren Ablöseblase und seiner sanften Beschleunigung bei dem Design von Turbomaschinenbeschaufelungen eingesetzt.

Verantwortlich für das erhöhte Niveau der Außenturbulenz, durch deren Diffusion in die Grenzschicht es zur Bypass-Transition kommt, ist ein parallel gekreuztes Windkanalsieb quadratischen Drahtquerschnitts der Kantenlänge  $d = 10$  mm. Es hat eine Maschenweite von  $M = 33,33$  mm und ist in einem Abstand von  $x_0 = 650$  mm vor der Plattenvorderkante montiert.





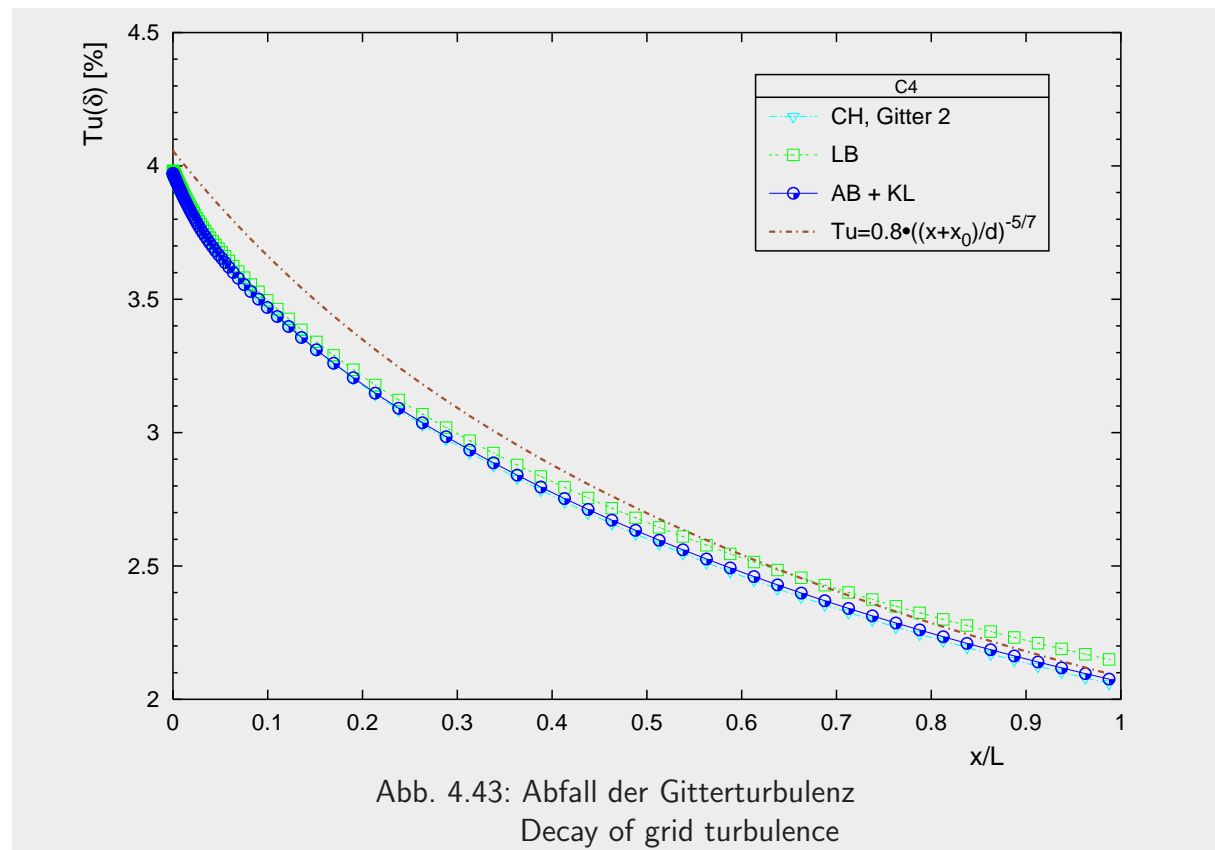
Das zur Simulation dieses Testfalls verwendete Rechennetz ist in Bild 4.41 und, im Bereich der Vorderkante vergrößert, in Abbildung 4.42 dargestellt. Erfreulicherweise wurde bei der experimentellen Untersuchung dieses Testfalls der Verlauf des Turbulenzgrades in Laufrichtung auch stromauf der untersuchten Plattengrenzschicht aufgenommen. Nach [51] wird dieser Verlauf gut durch die Beziehung der Form (3.30), hier konkret durch

$$Tu = 0,8 \cdot \left( \frac{(x + x_0)}{d} \right)^{-5/7} \quad (4.18)$$

beschrieben, wobei  $x + x_0$  die Lauflänge ausgehend von dem Windkanalsieb angibt und  $d$  die oben genannte Kantenlänge des Siebmaterials bestimmt.

Gitter	NI × NJ	Eintritts-R.B. & Stoffwerte	$y_{\min}^+$	NJ( $y^+ < 30$ )	NJ( $\delta$ )	$Re_{x,\min}$
$U_0 = 5 \text{ m/s}$						
1	69 × 38	$k_0 = 0.0783 \text{ m}^2/\text{s}^2$	0.26	13	28	10
$\epsilon_0 = 1.017 \text{ m}^2/\text{s}^3$						
2	138 × 76	$\rho = 1.196 \text{ kg/m}^3$	0.13	26	55	4
$\eta = 1.808 \cdot 10^{-5} \text{ kg/(m} \cdot \text{s)}$						

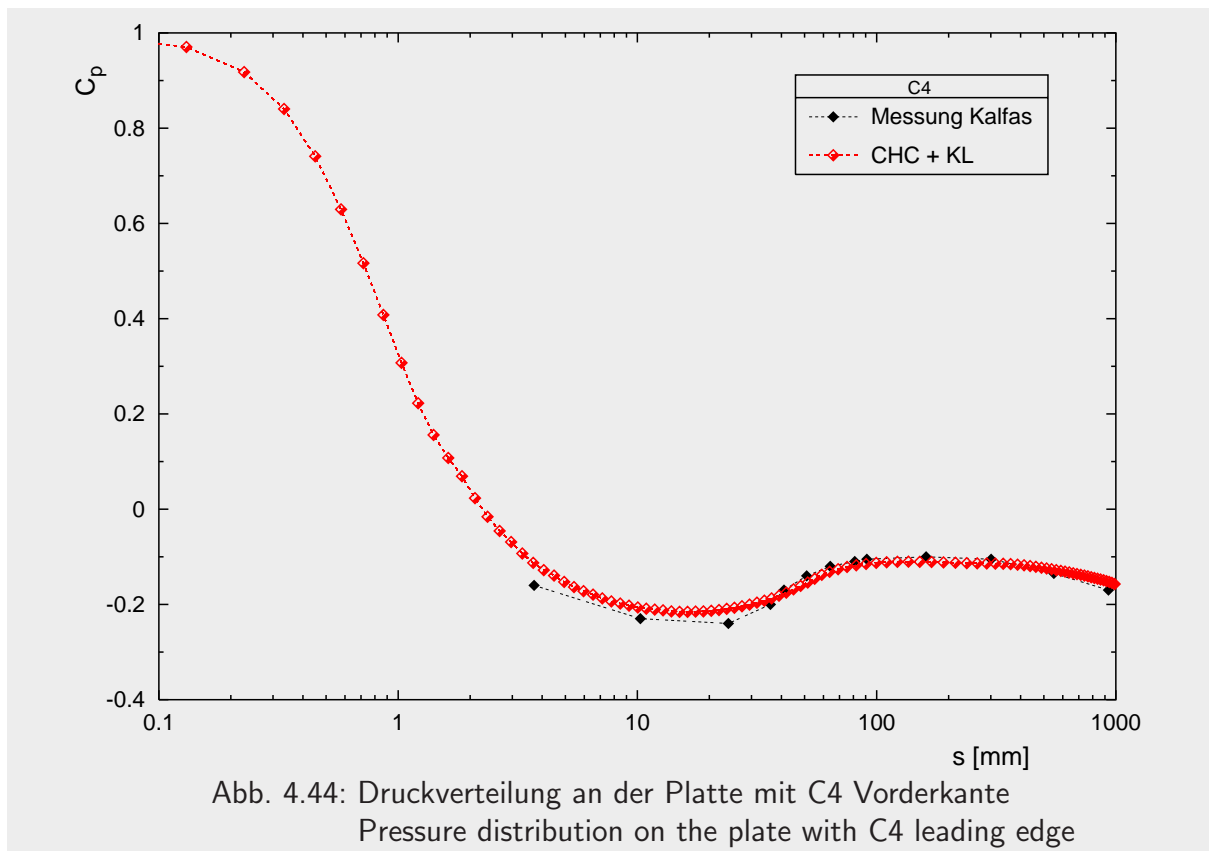
Tab. 4.4: Gitterparameter, Randbedingungen und verschiedene Grenzschichtgrößen (C4)  
Grid size, inlet conditions and different boundary layer parameters



Damit sind die in Tabelle 4.4 genannten Eintrittsrandbedingungen der turbulenten Größen über die Gleichungen (3.32) und (3.34) mit  $C=0,8$  einfach bestimmbar und führen zu dem in Abbildung 4.43 dokumentierten Abfall des Freistromturbulenzgrades.

Der sich unter den Randbedingungen der Eintrittsgeschwindigkeit von  $5 \text{ m/s}$  und nominal  $4\%$  Turbulenzgrad oberhalb der Plattenvorderkante einstellende Druckverlauf ist mit Betonung der Vorderkante als Funktion der Lauflänge  $s$  vergleichend in Abbildung 4.44 dargestellt. Aufgrund der anwachsenden Verdrängungsdicke  $\delta_1$  stellt sich eine leichte Beschleunigung stromab der Vorderkante ein, die zu einem schwachen Druckabfall bis zur Hinterkante führt.

Die Lage des Transitionsgebietes wird wieder über den Formparameter  $H_{12}$  und den Schubspannungsbeiwert  $C_f$ , diesmal als Funktion der Lauflängen-Reynoldszahl  $Re_x = u_\infty s / \nu$ , als Ergebnis der Rechnung mit den fünf low-Reynolds Modellen CH, LB, AB, CHC und BF auf Gitter 2 in Bild 4.48 dargestellt. Gegenüber der Messung sagen bis auf das BF Modell alle vier anderen Modelle die Transitionslage deutlich zu weit stromauf voraus. Auch der Autor der Messung, Kalfas [49], wendet ein low-Reynolds Modell von Nagano und Hishida [73] (NH) auf diesen Fall an und berichtet von wenig zufriedenstellenden Ergebnissen bezüglich der Transitionslage, einer starken Abhängigkeit des NH-Modells von den Initialisierungsprofilen der Dissipation sowie dem deutlich verfrühten Einsatzpunkt des Umschlags. Abgesehen davon, daß auch andere Autoren (beispielsweise Sieger [118]) das NH-Modell aufgrund der Verwendung des dimensionslosen Wandabstands  $y^+$  in der Formulierung der Dämpfungsfunktion  $f_\mu$  als für Transitionsrechnungen wenig geeignet ansehen, liegt hier das Problem der zu frühen Transitions-



vorhersage in der Formulierung des Produktionsterms der turbulenten kinetischen Energie.

Es ist ein bekannter Nachteil des  $k$ - $\epsilon$  Modells, daß es in Staupunktströmungen eine zu hohe Produktion turbulenter kinetischer Energie liefert. Dies beruht auf der Berechnung falscher Normalkomponenten der Reynoldsspannungen durch das hauptsächlich an Scherströmungen kalibrierte Turbulenzmodell. Der exakte Produktionsterm turbulenter kinetischer Energie ist durch

$$P_{\text{exakt}} = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (4.19)$$

gegeben. Das  $k$ - $\epsilon$  Modell berechnet diesen mit Hilfe des Deformationsgeschwindigkeitstensors  $S_{ij}$  und der Annahme von Boussinesq zu

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.20)$$

$$P_{k-\epsilon} = 2\nu_t S_{ij} S_{ij} \quad (4.21)$$

Abweichend davon schlagen Kato und Launder [53] einen mit Hilfe des Drehgeschwindigkeitstensors  $\Omega_{ij}$  modifizierten Produktionsterm (4.23) vor.



$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.22)$$

$$P_{KL} = \nu_t \sqrt{2S_{ij}} \sqrt{2\Omega_{ij}} \quad (4.23)$$

Berücksichtigt man nun das Geschwindigkeitspotential einer stationären, inkompressiblen und ebenen Staupunktströmung aus der Potentialtheorie (Spurk [121])

$$\Phi = \frac{a}{2} (x^2 - y^2) \quad \text{mit} \quad u_i = \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \quad , \quad (4.24)$$

so können die einzelnen Terme zu

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = a \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad S_{ij} = a \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \Omega_{ij} = 0 \quad (4.25)$$

berechnet und daraus die Größe der Produktionsterme der turbulenten kinetischen Energie abgeschätzt werden:

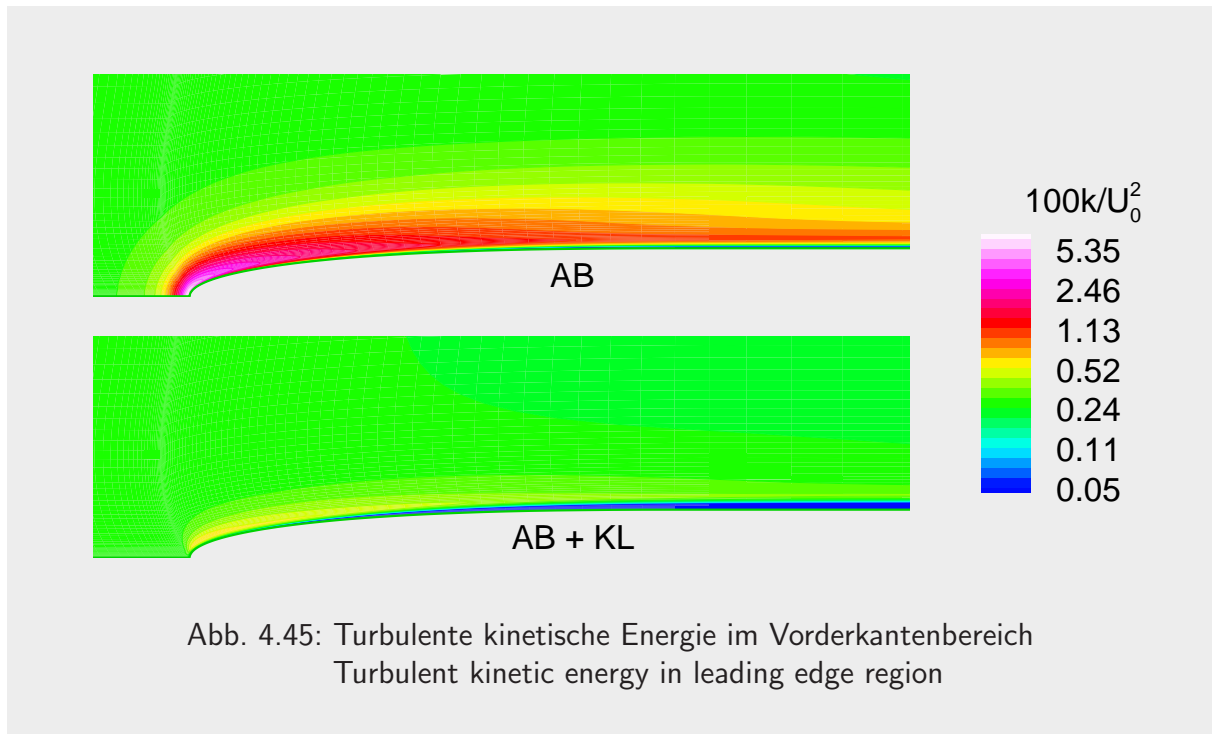
$$P_{\text{exakt}} = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = a (\overline{v'v'} - \overline{u'u'}) \quad (4.26)$$

$$P_{k-\epsilon} = \nu_t a^2 \quad (4.27)$$

$$P_{KL} = 0 \quad . \quad (4.28)$$

Ist die Anisotropie der Reynoldsspannungen klein, verschwindet der exakte Produktionsterm ebenso wie der nach Kato und Launder modifizierte, während das  $k-\epsilon$  Modell eine von Null verschiedene Produktionsrate liefert.

Den Vergleich der mit und ohne Kato-Launder Modifikation (**KL**) erhaltenen turbulenten kinetischen Energie im Bereich der Vorderkante des hier behandelten Testfalls zeigt Abbildung 4.45. Quantitativ liegt etwa eine Größenordnung zwischen den beiden Ergebnissen. Die zu hohe Produktion bleibt nicht ohne Einfluß auf das Ergebnis der Berechnung der Transitionslage mit den verschiedenen low-Reynolds Modellen, wie Abbildung 4.48 im Vergleich zu Bild 4.49 verdeutlicht. Unter Anwendung des modifizierten Produktionsterms liegen die beiden Modelle AB und CHC knapp vor und hinter dem gemessenen Transitionsbereich, während die Transition von den Modellen CH und LB wieder zu früh und von dem Modell BF zu spät vorhergesagt wird.



Einen weiteren Hinweis auf die Notwendigkeit der Verwendung der KL-Modifikation gibt der Vergleich der Schwankungen in der prätransitionalen Grenzschicht stromauf des Umschlags. Unter der Annahme, daß hier, wie auch an der scharfkantigen ebenen Platte (siehe Seite 40), die Komponente  $u'$  dominiert ( $1/2(\overline{Tu u})^2 \approx 0,9 \cdot k$ ), vergleicht Bild 4.46 den aus der Messung mit  $u'$  gebildeten Turbulenzgrad  $Tu$  mit der bezogenen turbulenten kinetischen Energie  $\sqrt{2k}/u$  der Rechnungen mit und ohne KL-Produktionsterm. In der Grenzschicht muß unter obiger Annahme die Messung bei etwa 90% der Rechnung liegen und in Richtung Grenzschichttrand, wo wieder annähernd Isotropie vorliegt, über  $k = 3/2(\overline{Tu u})^2$  der Meßwert bei der gewählten Auftragung um den Faktor  $1/\sqrt{3}$  unter der Rechnung liegen. Dies wird von der Rechnung mit der KL-Modifikation sehr gut wiedergegeben, während das unmodifizierte Modell deutlich zu große Schwankungen berechnet.

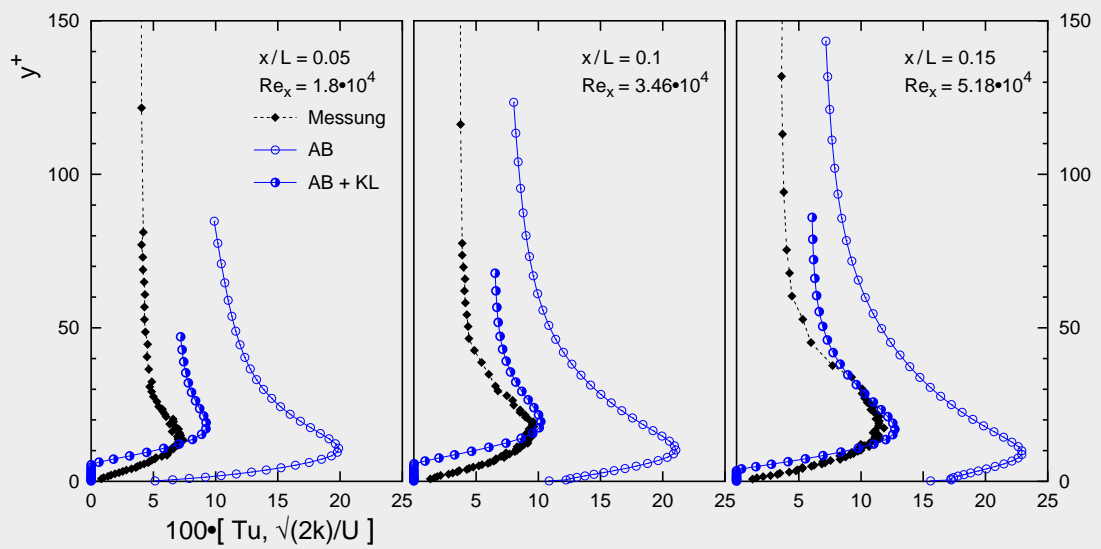


Abb. 4.46: Schwankungen in der prätransitionalen Grenzschicht (C4)  
Velocity fluctuations in the pretransitional boundary layer

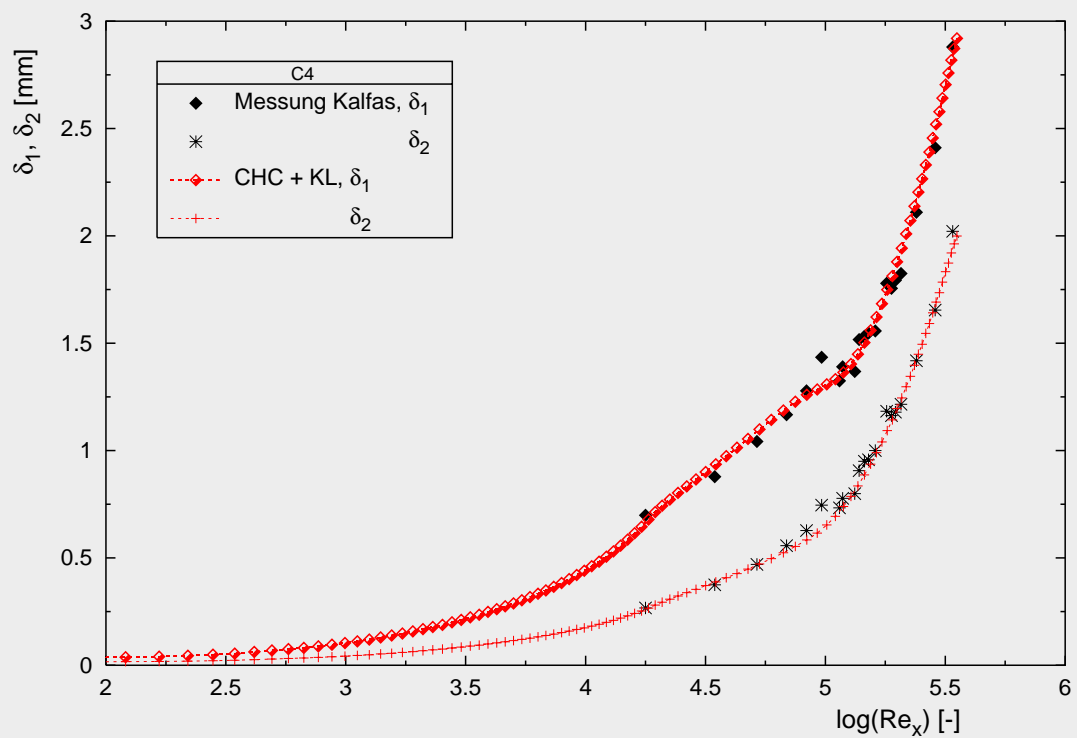


Abb. 4.47: Verdrängungs- und Impulsverlustdicke  
Displacement and momentum thickness

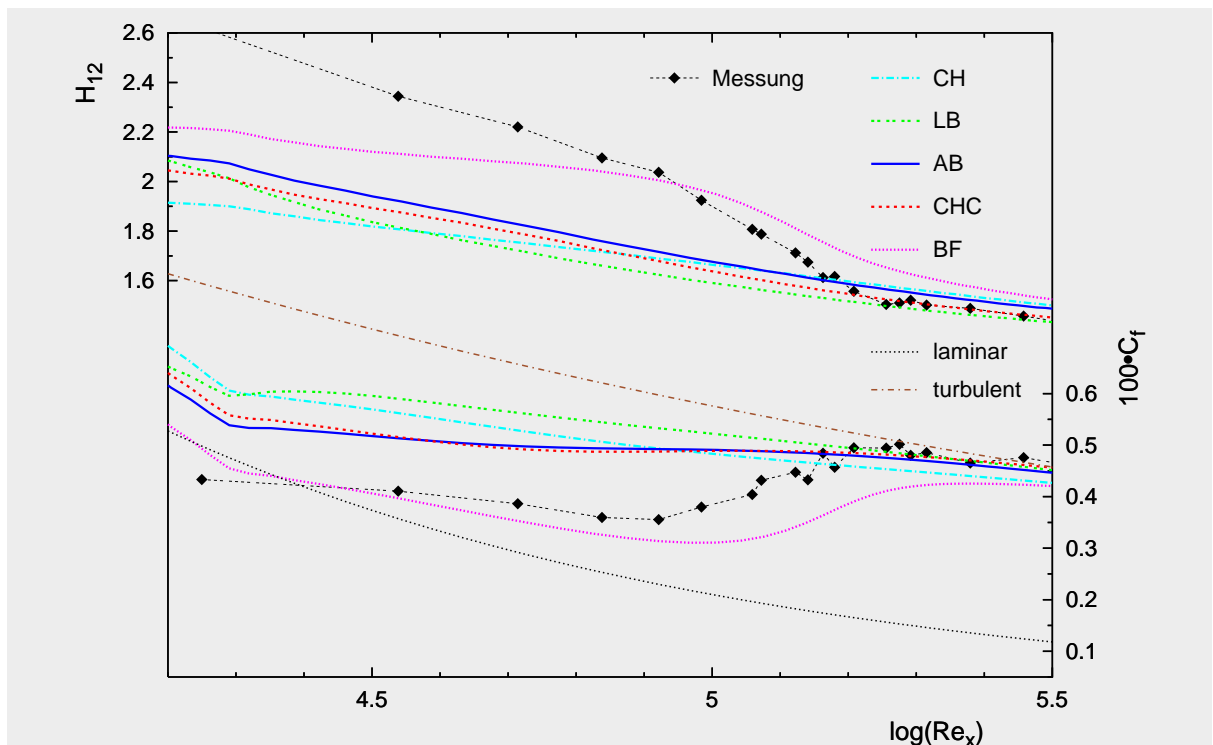


Abb. 4.48: Formparameter und Schubspannungsbeiwert ohne KL-Modifikation  
Shape factor and friction coefficient without KL-modification

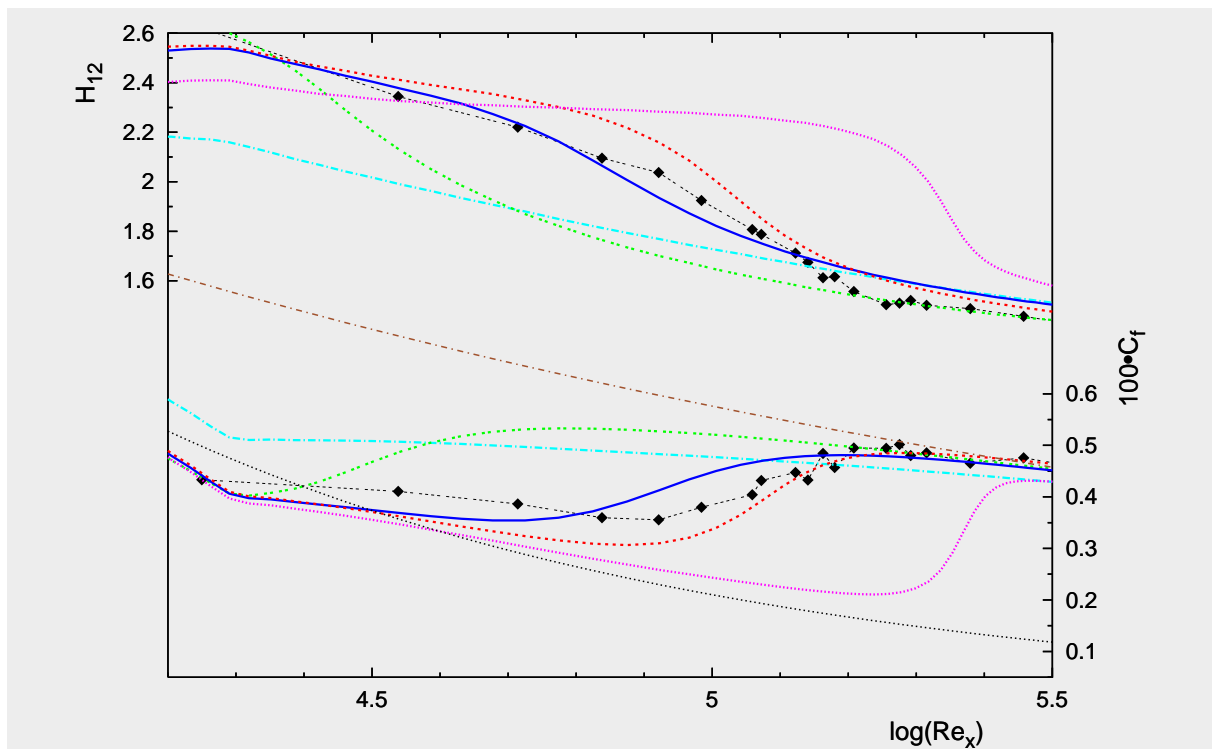
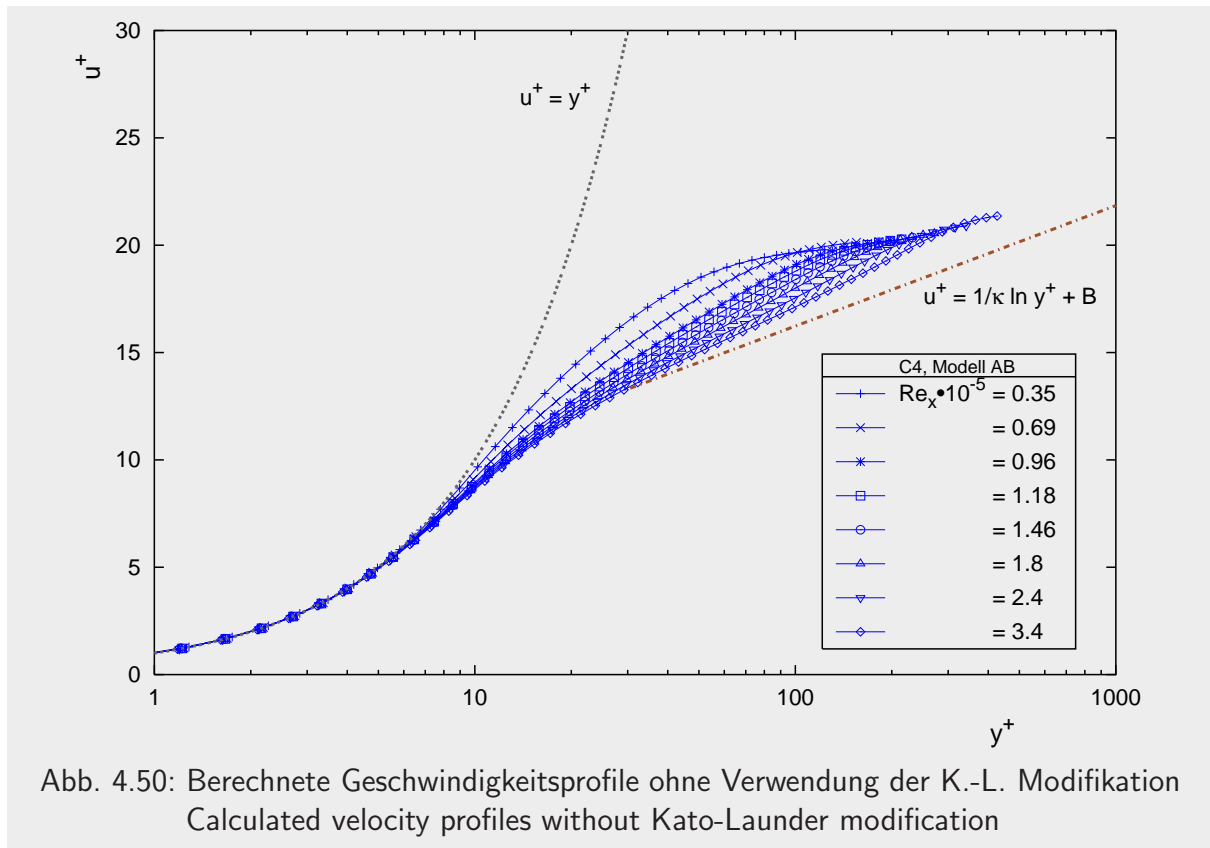


Abb. 4.49: Einfluß der Kato-Lauder Modifikation auf das Umschlagverhalten  
Influence of Kato-Lauder modification on transitional behaviour



Mit der Kato-Launder Modifikation werden in der Rechnung auch die Geschwindigkeitsprofile an verschiedenen Positionen entlang der Platte korrekt wiedergegeben. Dies belegt der Vergleich von Messung in Bild 4.51 und den beiden Rechnungen in den Abbildungen 4.50 und 4.52 an Lauflängen, die alle drei Strömungsbereiche abdecken. Die Ergebnisse der Rechnungen sind hierbei nur bis zum Erreichen der errechneten Grenzschichtdicke aufgetragen, während die Meßwerte auch darüber hinausragen.

Die richtige Vorhersage der Geschwindigkeitsprofile bei Verwendung der Kato-Launder Modifikation führt dann zu dem guten Verlauf der beiden integralen Grenzschichtgrößen Verdrängungs- und Impulsverlustdicke, deren Wachstum aufgrund der Beschleunigung im Bereich der Vorderkante etwas schwächer verläuft als bei der ebenen Platte mit scharfer Vorderkante (Bild 4.47).

Wie in den bisherigen Kapiteln gezeigt, eignen sich die beiden Modelle AB und CHC bei Variation der Reynoldszahl, des Außenturbulenzgrades, des Druckgradienten und unter Berücksichtigung der endlichen Vorderkante deutlich besser zur Beschreibung transitionaler Strömungen als die Modelle CH, LB und auch BF. Da mit der Variation dieser Parameter die wichtigsten abgedeckt sind und im Folgenden auch keine neuen Einflußgrößen untersucht werden, hat dieses Resultat auch Bestand in den noch zu behandelnden Kapiteln. Diese lenken den Blick auf andere Transitionsformen, den Umschlag über die Ablöseblase, die nachlaufinduzierte Transition und einen anwendungsnahen Fall der Umströmung einer Gasturbinenschaufel. Bezüglich der Wahl der low-Reynolds Modelle erfolgt eine Beschränkung auf die Verwendung der beiden Modelle AB und CHC.

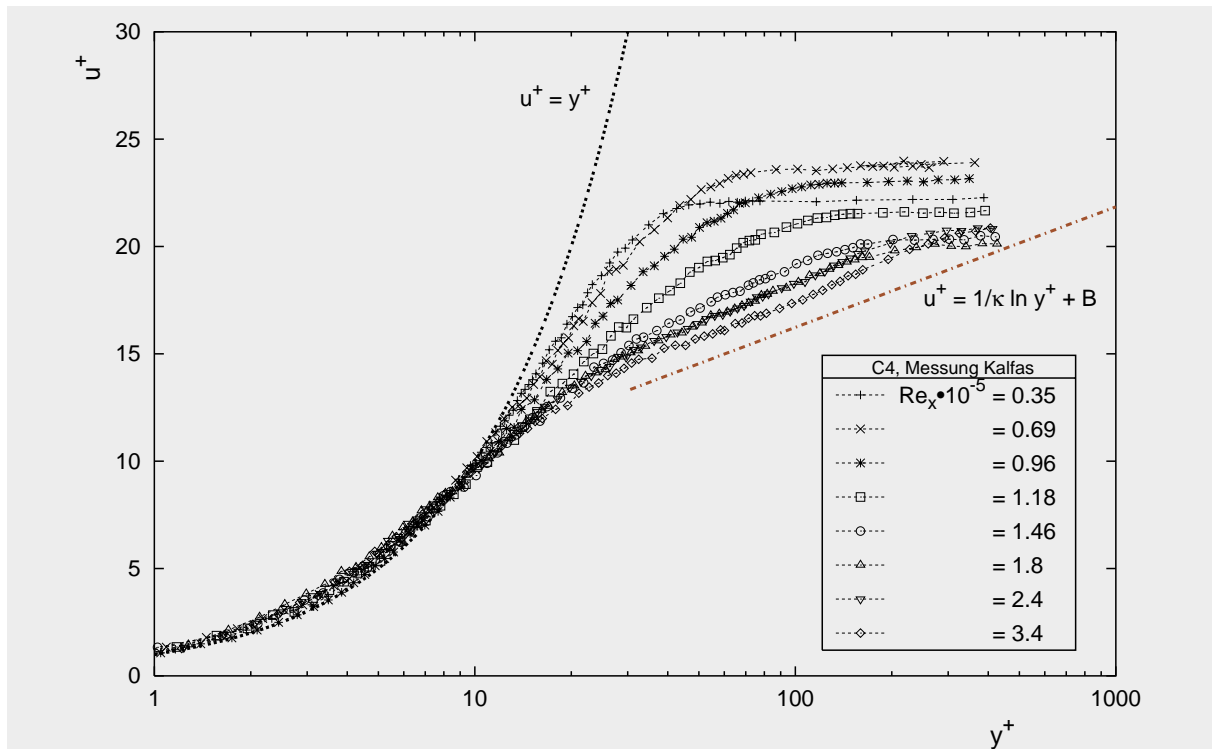


Abb. 4.51: Gemessene laminare, transitionale und turbulente Geschwindigkeitsprofile  
Measured velocity profiles in laminar, transitional and turbulent region

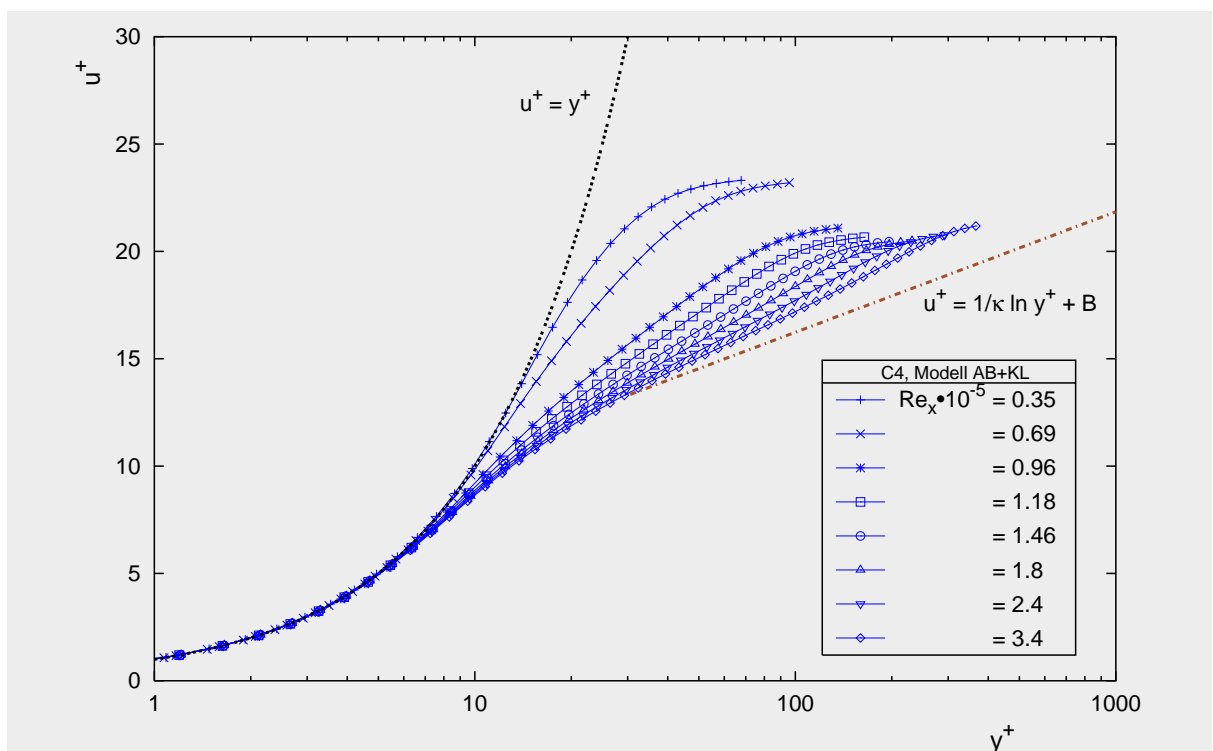


Abb. 4.52: Berechnete Geschwindigkeitsprofile bei Verwendung der K.-L. Modifikation  
Calculated velocity profiles with Kato-Launder modification

## 4.5 Umschlag über die Ablöseblase

Die in diesem Kapitel untersuchte Strömung um eine ebene Platte mit halbkreisförmiger Vorderkante kombiniert eine Staupunktströmung mit Strömungsablösung und mit der laminar-turbulenten Transition in der abgelösten Scherschicht. Die Strömung legt sich nach der laminaren Ablösung kurz hinter der Halbkreisvorderkante unter Ausbildung einer Ablöseblase turbulent wieder an die Platte an, da es infolge erhöhter Freistromturbulenz in der abgelösten Scherschicht zur Transition kommt. Die experimentellen Untersuchungen wurden ebenfalls in dem in Abbildung 4.1 dargestellten Windkanal durchgeführt und die erhaltenen Meßdaten im Rahmen der ERCOFTAC zur Verfügung gestellt (Coupland [20]). Obwohl diese Form der Vorderkante an Turbomaschinenprofilen eher die Ausnahme sein sollte, kann das Phänomen des Umschlags oberhalb einer Ablöseblase auf Saugseiten von Profilen auftreten und stellt daher eine wichtige Form der Transition dar (siehe auch Kapitel 2.1).

Von den experimentell untersuchten Testfällen unterschiedlicher Reynoldszahl und Anströmturbulenz wird hier der Testfall T3L6 zum Vergleich mit der Rechnung herangezogen. Hier wurde im Experiment ein Windkanalsieb aus Draht runden Querschnitts von  $d = 6,35$  mm im Abstand von  $x_0 = 800$  mm zur Erzeugung des erhöhten Niveaus der Außenturbulenz eingesetzt. Nach Roach [81] ist Gleichung (3.30) mit  $C = 0,8$  eine gute Näherung für den Abfall der Außenturbulenz nach diesem Sieb. Da hier vor der Plattenvorderkante eine unbeschleunigte Strömung vorliegt, in der von einem homogenen Abfall der Gitterturbulenz ausgegangen werden kann, werden über die Beziehungen (3.32) und (3.34) die in Tabelle 4.5 dokumentierten Eintrittsrandbedingungen bestimmt.

Das gröbere der beiden in FASTEST verwendeten Rechennetze zeigt Abbildung 4.53, wobei  $D = 10$  mm der Durchmesser der Halbkreisvorderkante ist. Die Anzahl der Zellen der aus 2 Blöcken bestehenden Gitter, der minimale Wandabstand in der anliegenden Grenzschicht nach der Blase sowie die maximale Anzahl von Kontrollvolumina in der Grenzschicht wie auch entlang des Viertelkreises der Vorderkante werden in Tabelle 4.5 genannt.

Gitter	NI $\times$ NJ	Eintritts-R.B. & Stoffwerte	$y_{\delta,\min}^+$	NJ( $\delta$ )	NI(Vk)
1	149 $\times$ 71	$U_0 = 9.45$ m/s	0.7	32	36
		$k_0 = 0.1036$ m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>			
		$\epsilon_0 = 2.0$ m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup>			
2	298 $\times$ 142	$\rho = 1.202$ kg/m <sup>3</sup>	0.35	60	72
		$\eta = 1.81 \cdot 10^{-5}$ kg/(m·s)			

Tab. 4.5: Gitterparameter, Randbedingungen und verschiedene Grenzschichtgrößen (T3L6)  
Grid size, inlet conditions and different boundary layer parameters

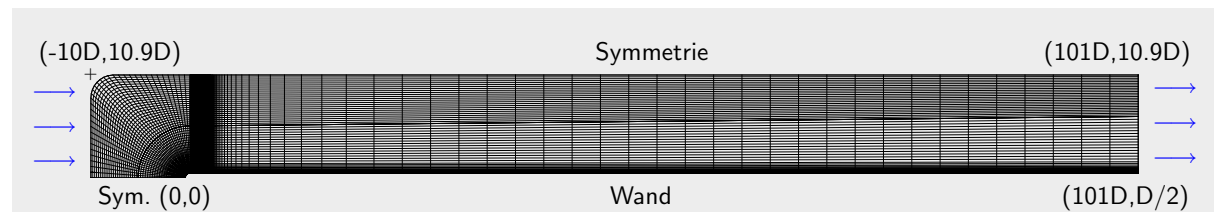


Abb. 4.53: Rechennetz der ebenen Platte mit Halbkreisvorderkante ( $D=10\text{ mm}$ )  
Numerical grid for flat plate with circular leading edge

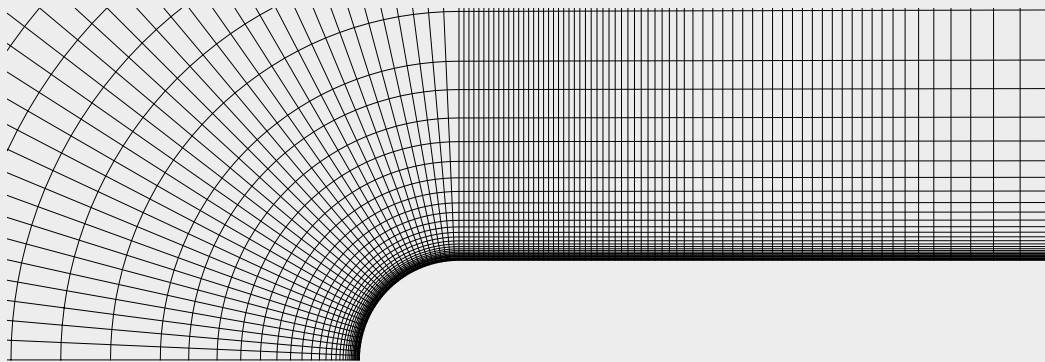


Abb. 4.54: Ausschnitt der Vernetzung um die Vorderkante  
Zoom of numerical grid around the circular leading edge

Der sich mit obigen Randbedingungen ergebende Verlauf des Turbulenzgrades auf halber Höhe des Rechengebietes wird vergleichend der Messung in Bild 4.55 gegenübergestellt. Die Meßwerte für diesen Turbulenzgrad wurden hierbei am Ort des Geschwindigkeitsmaximums –in anliegender, druckgradientenfreier Strömung um die Platte ist dies etwa die Grenzschichtdicke  $\delta$ – aufgenommen. Im Bereich der Ablöseblase, die sich im allgemeinen auch bei stationärer Zuströmung leicht instationär bewegt, kann durch diese Wahl des Ortes zur Aufnahme des ungestörten Freistromturbulenzgrades nur ein statistisch mittlerer Ort und Wert ermittelt werden. Dadurch läßt sich wohl auch der unregelmäßige Verlauf der Messung im Bereich oberhalb der Ablöseblase erklären. Insbesondere unter zusätzlicher Berücksichtigung der für dieses Windkanalsieb geltenden Beziehung (3.30), aus der die Randbedingungen bestimmt wurden, zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation im Verlauf des Außenturbulenzgrades, auch wenn der Ort der Aufnahme dieser Werte in der Rechnung weiter außen liegt.

Ohne Modifikation des Produktionsterms nach Kato und Launder [53] (KL) wird mit den low-Reynolds Modellen bei diesem Testfall zwar ein laminar-turbulenter Umschlag berechnet, er kommt jedoch kurz hinter dem Übergang des Kreisbogens in die Gerade der Platte zu liegen, ohne daß sich eine Ablösung ergibt. Wird aber die erwähnte Veränderung des Quellterms eingesetzt, so führt die bessere Beschreibung der turbulenten Größen im Bereich der Vorderkante zu dem Umschlag über die Ablöseblase. Bild 4.56 zeigt in bekannter Weise das Verhalten über den Formparameter  $H_{12}$  und den in diesem Fall mit der Anströmgeschwindigkeit  $U_0$  gebildeten Schubspannungsbeiwert  $C_{f0}$  am Beispiel des Modells von Abid mit der genannten



Kato-Launder Modifikation. Die Ergebnisse des Modells AB+KL sind besser als die nicht gezeigten Ergebnisse der Modelle CH+KL, LB+KL und BF+KL und praktisch identisch mit den Ergebnissen des Modells CHC+KL. Die vorgenommene Gitterverfeinerung führt zwar kaum zu einer Verlängerung des Ablösegebietes, ist aber, wie auch die Wahl des Diskretisierungsschemas 2. Ordnung für die konvektiven Terme, notwendig zur verbesserten Vorhersage der Ausdehnung der Blase in Querrichtung. Dies wird an der Zunahme des Formparameters und dem tieferen negativen Wert der Schubspannung deutlich. Die Länge der Ablöseblase wird aber gegenüber der Messung um etwa die Hälfte zu kurz berechnet.

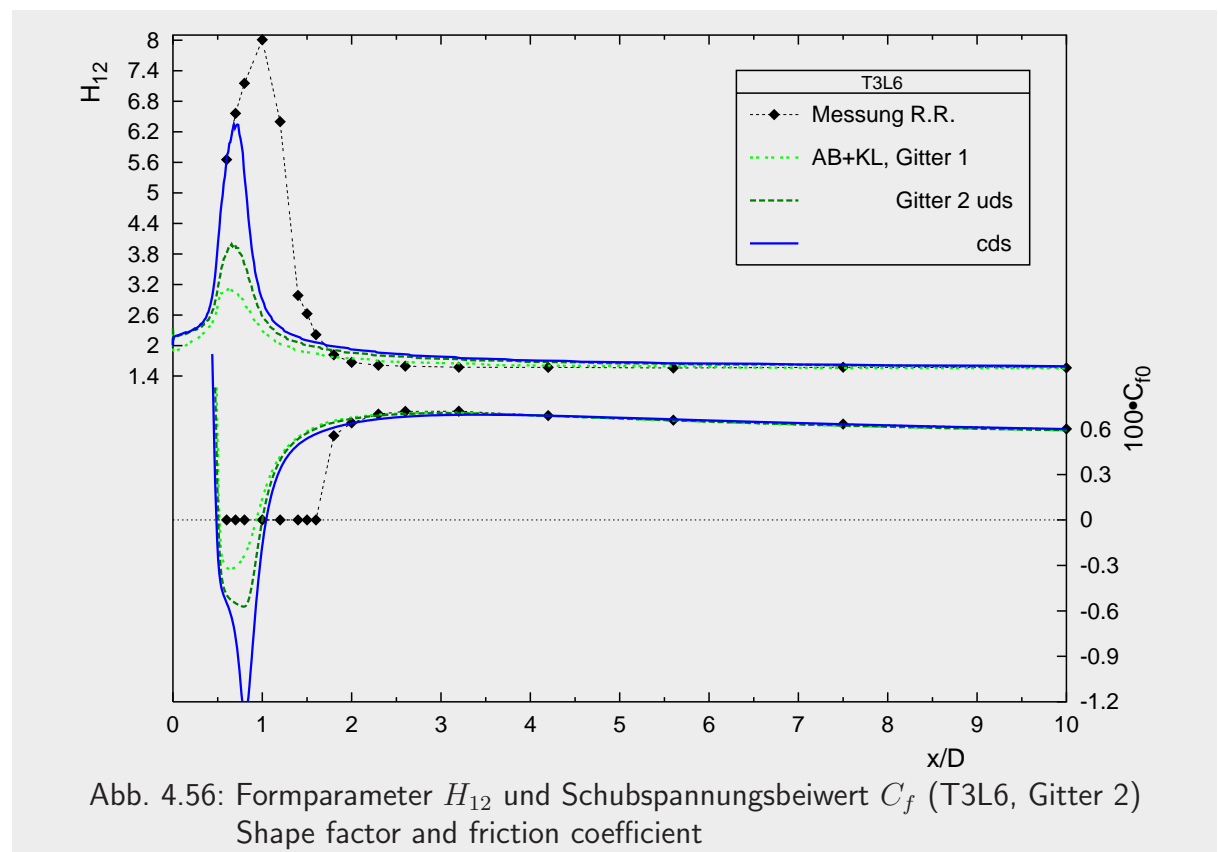
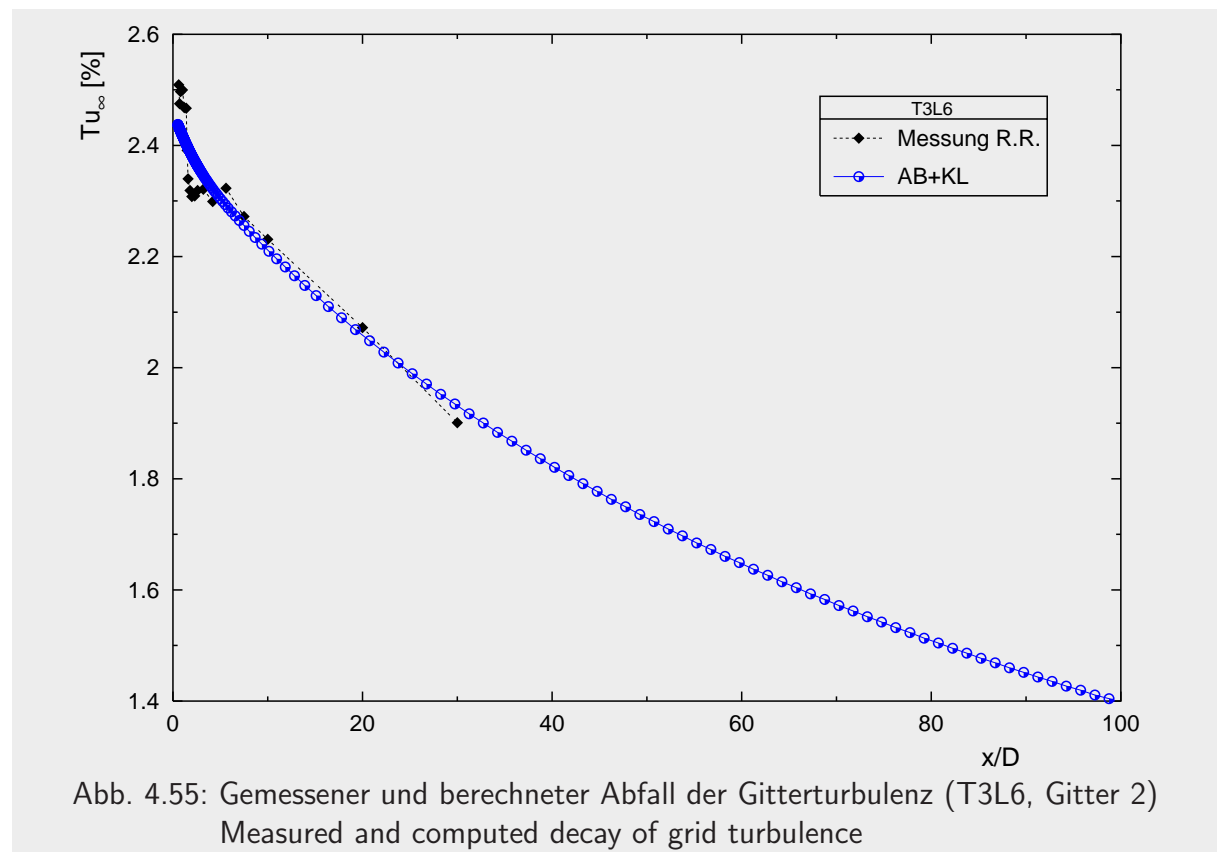
Auch bei Verwendung eines dritten Gitters mit sowohl in Lauf- als auch Querrichtung verdoppelter Zellenzahl vergrößert sich die berechnete Länge der Ablöseblase nicht weiter. Die Vervierfachung der Zellenzahl auf dann 170.000 Zellen führt aber zu einem deutlich größeren numerischen Aufwand, der in weiten Teilen des diskretisierten Gebietes eigentlich unnötig ist; hier wäre die Möglichkeit der Verwendung einer auf die Ablöseblase begrenzten, lokalen Gitteradaption in FASTEST mit einem hierarchisch strukturierten Netz wünschenswert.

Auch andere Autoren untersuchen einige der Testfälle T3L\* mit unterschiedlichem numerischen Werkzeug. Papanicolaou und Rodi [74]-[76] verwenden den in Kapitel 2.2.3 angerissenen Zweischichtenansatz, eine Kombination des Standard  $k$ - $\epsilon$  Modells mit einem Eingleichungsmodell in Wandnähe. Zur Umschlagsberechnung werden Korrelationen für den Transitionsbeginn und eine Intermittenzfunktion  $\gamma$  für die Ausdehnung des Umschlagsgebietes eingesetzt und letztere mit Hilfe einer Beschreibung der Produktion von Turbulenzflecken nach Emmons [27] bestimmt. Auch wenn bei diesem Vorgehen die Länge der Ablöseblase in besserer Übereinstimmung mit den Meßergebnissen bestimmt wird, stellt sich die Frage nach der Allgemeingültigkeit dieses Ansatzes beispielsweise in nicht separierenden Strömungen mit Bypass-Transition.

Yakinthos und Goulas [136] wenden das Launder-Sharma Modell [58] ebenfalls mit der Kato-Launder Modifikation in einem elliptischen Navier-Stokes Programm auf die hier behandelte Geometrie an, betrachten aber die Testfälle T3L1 & 3 bei halbiertem Eintrittsgeschwindigkeit und im ersten Fall reduziertem Turbulenzniveau. Zur Bestimmung der Eintrittsrandbedingung für die turbulente kinetische Energie wenden die Autoren ebenfalls Gleichung (3.30) an, verlassen sich zur Berechnung der Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie am Eintritt aber auf die Gleichung

$$\epsilon_0 = \frac{k_0^{\frac{3}{2}}}{d} \quad (4.29)$$

mit dem Durchmesser  $d$  des verwendeten Windkanalsiebmaterials. Abgesehen davon, daß ein von der Lauflänge unabhängiges, konstantes Längenmaß  $L \approx d$  nur eine grobe Näherung darstellen kann, da es in unbeschleunigten Strömungen mit der Wurzel der Lauflänge anwächst (Bild 4.16), führt eine Übertragung dieser Wahl der Bestimmung der  $\epsilon$ -Randbedingung auf den hier untersuchten Testfall T3L6 zu einer um 70% erhöhten Dissipationsrate am Eintritt in das Rechengebiet. Damit fällt der Abfall des Turbulenzgrades in Abweichung zur Messung stärker aus, was wiederum zu geringerer Turbulenz im Bereich der Vorderkante und einer zwangsläufig längeren Ablöseblase führt.

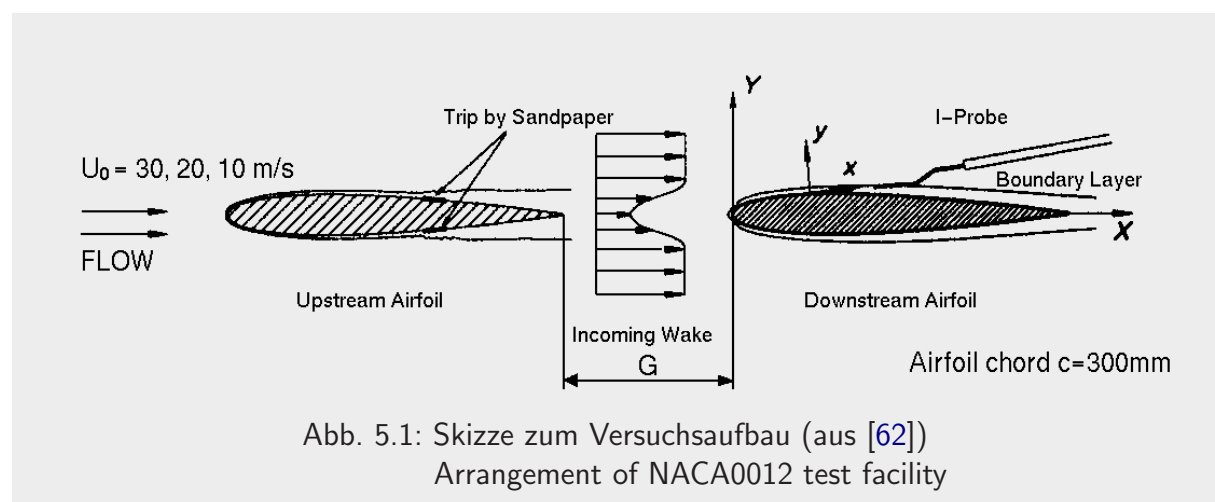


## 5 Nachlaufinduzierte Transition an einem NACA-Profil

### 5.1 Beschreibung des Testfalls

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der Untersuchung der nachlaufinduzierten Transition, einer in Turbomaschinen ebenfalls wichtigen Umschlagsform. Hierbei ist nicht das Niveau der Hintergrundturbulenz im Freistrom der auslösende Mechanismus für den Umschlag. Vielmehr trifft der Nachlauf eines stromauf liegenden Profils auf die Grenzschicht eines stromab angeordneten. In Turbomaschinen tritt dieser Zustand immer dann ein, wenn mehr als nur eine Schaufelreihe in der Maschine verwendet wird. Hierbei sind die periodisch instationären Wechselwirkungen zweier zueinander relativ bewegter Gitter (Laufblad & Leitrad) von den stationären Wechselwirkungen zweier relativ zueinander feststehender Bauteile (z. B. Laufblad & Laufblad) zu unterscheiden. Die stationäre Wechselwirkung ist Inhalt der Untersuchung von Lee [62], und sie wird in diesem Kapitel vergleichend numerisch behandelt.

Lee vermisst darin die Grenzschicht eines vertikal montierten NACA0012-Profiles in einer Windkanalmeßstrecke des Querschnitts  $1200\text{ mm} \times 600\text{ mm} \times 300\text{ mm}$ . Dieses zweite Profil befindet sich im Nachlauf eines in der Staustromlinie angeordneten ersten, baugleichen Profils bei  $0^\circ$  Anstellwinkel. Der Abstand der beiden Profile wie auch die Zuström-Reynoldszahl werden variiert und die Auswirkung auf die am zweiten Profil erfolgende Transition untersucht.

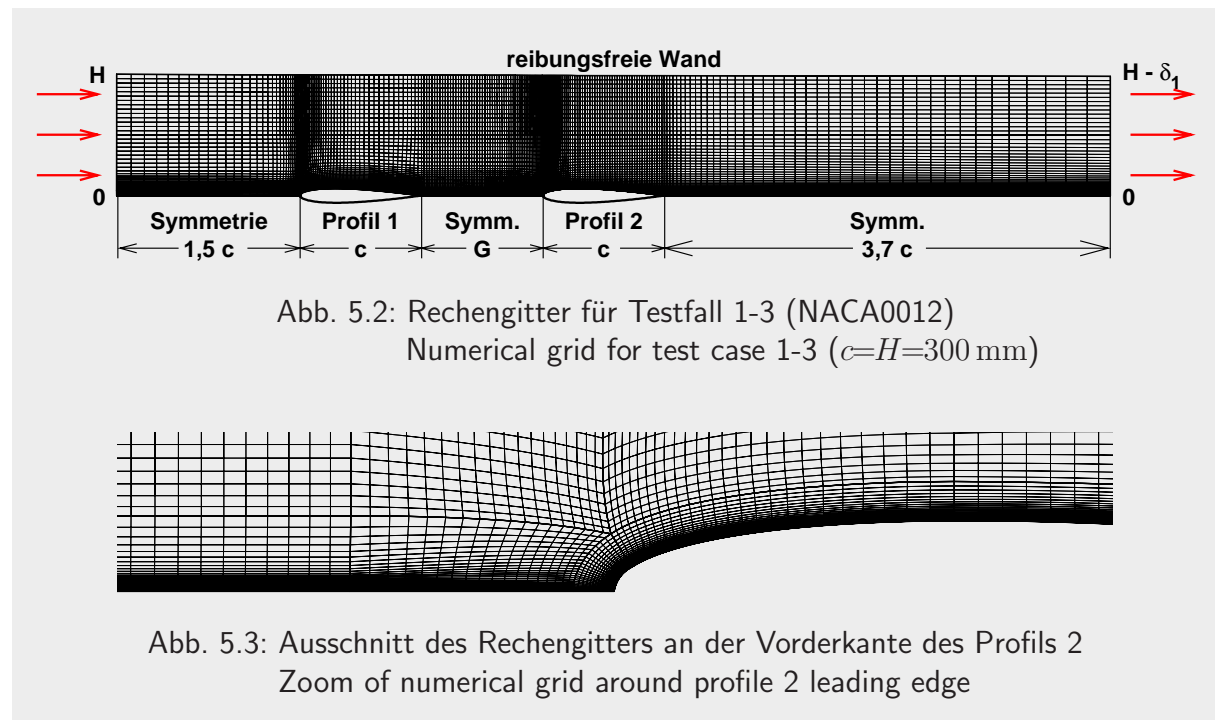


Im Gegensatz zu den in den vorherigen Kapiteln untersuchten Testfällen ist der Außenturbulenzgrad hier niedrig und beträgt bei der höchsten gewählten Reynoldszahl nur  $Tu = 0,3\%$ . Daraus resultierend kommt es an dem Einzelprofil ohne Beaufschlagung mit einem Nachlauf zur natürlichen Transition und Tollmien-Schlichting Instabilitäten ([62]), die nach den Ausführungen in Kapitel 2.1 mit low-Reynolds Modellen nicht behandelt werden können. Allein der Nachlauf des ersten Profils der Tandemanordnung ist verantwortlich für den stromab erfolgenden direkten Umschlag. Hierbei ist es die aufgrund der Scherung in der ersten Profilgrenzschicht produzierte Turbulenz, die, im Nachlauf stromab transportiert, die Bypass-Transition hervorruft. Aufgrund der räumlichen Nähe der beiden Profile von maximal einer Sehnenlänge besteht eine starke Rückwirkung des zweiten Profils auf den Nachlauf, wodurch für einen "far wake" gültige Ähnlichkeitsbetrachtungen hier nicht anwendbar sind.

Der experimentelle Aufbau von Lee [62] ist in Bild 5.1 skizziert. Um einen stabilen und möglichst stationären Nachlauf des ersten Profils zu erhalten, wird im Versuch zwischen  $x/c = 0,58 \div 0,65$  auf beiden Seiten je ein Streifen Sandpapier (Körnung 220) aufgeklebt und dadurch ein Umschlag der zuvor laminaren Grenzschicht erzwungen. Im Nachlauf werden mit Kreuzdrahtsonden die Profile der Geschwindigkeit und ihrer Schwankungen aufgenommen, während in der stromab liegenden transitionalen Grenzschicht Eindrahtsonden zum Einsatz kommen. Aufgrund der Formgebung dieser symmetrischen NACA-Profile wird die Strömung bis zu einer Lauflänge von 29% beschleunigt und dann bis zur Hinterkante verzögert. Die Untersuchungen werden bei drei verschiedenen Anström-Reynoldszahlen und feststehendem Abstand sowie einer konstanten Anströmgeschwindigkeit und drei verschiedenen Abständen der beiden Profile durchgeführt (Tabelle 5.1).

Testfall	Abstand $G/c$	Reynoldszahl $\frac{U_0 c}{\nu} \cdot 10^{-5}$	Anzahl der KV	Eintritts-Randbed.			Grenzschichtgrößen	
				$U_0 \left[ \frac{m}{s} \right]$	$k_0 \left[ \frac{m^2}{s^2} \right]$	$\epsilon_0 \left[ \frac{m^2}{s^3} \right]$	$y_{min}^+$	$NJ(\delta)$
1	1.0	6.0	$20 \cdot 10^3$	30	0.012	0.005	0.3	57
2	1.0	4.0	$20 \cdot 10^3$	20	0.005	0.005	0.2	56
3	1.0	2.0	$20 \cdot 10^3$	10	0.003	0.001	0.1	54
4	0.5	2.0	$18 \cdot 10^3$	10	0.003	0.001	0.1	56
5	0.25	2.0	$17 \cdot 10^3$	10	0.003	0.001	0.12	57

Tab. 5.1: Spezifikation der fünf untersuchten NACA0012 Testfälle  
Specification of the five NACA0012 test cases



## 5.2 Numerische Modellierung

Die numerische Modellierung der fünf genannten Testfälle wird mit einem beispielhaft in Abbildung 5.2 gezeigten Rechengitter durchgeführt, welches aus maximal 35 Blöcken besteht. Einige der Blöcke zwischen den Profilen werden zur Variation des Abstandes im Rahmen der Testfälle 4 und 5 entnommen und die Teilnetze wieder zusammengefügt. Um den Bereich der Vorderkanten mit möglichst wenig verzerrten Netzen abzubilden, wird eine C-H Netzkombination gewählt. Hierbei wird das C-Netz um die beiden Profile gelegt, und die H-Netze werden außen herumgelegt. (siehe Bild 5.3). Die gewünschte Vernetzung schließt die Verwendung von FASTEST 2D aus, da dort die Topologie der Blöcke so gestaltet sein muß, daß der Süd- (Ost-)rand eines Blockes immer an den Nord- (West-)rand eines benachbarten Blockes angrenzt. Bei einer Kombination von C- mit H-Netzen nach Bild 5.2 ist diese Bedingung nicht zu erfüllen, und es kommt daher das Programm FLUENT zum Einsatz.

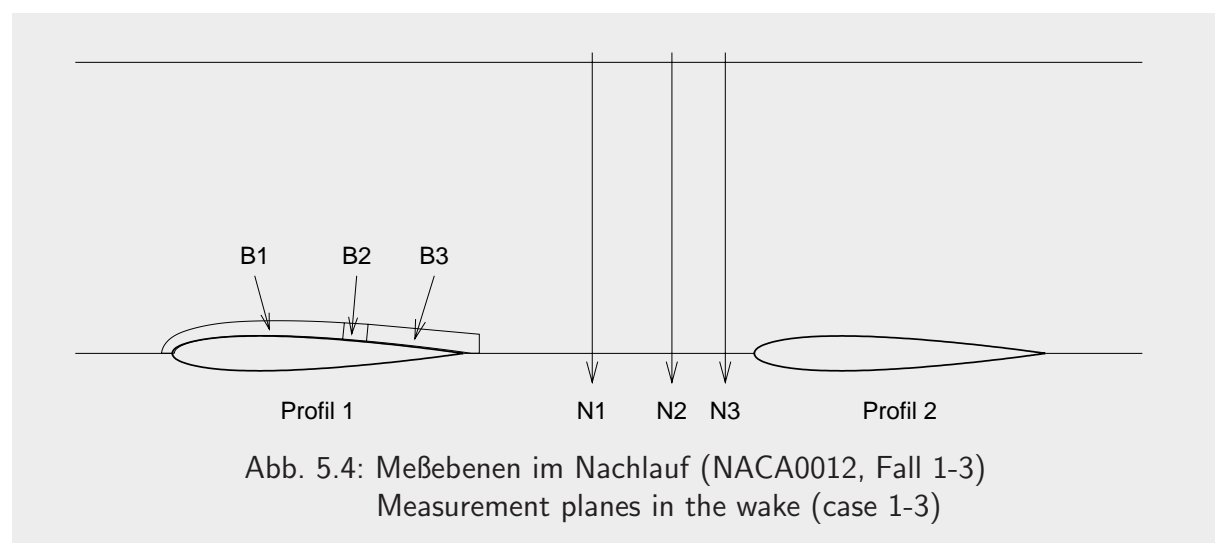
Das Rechengebiet erstreckt sich in Querströmungsrichtung fast bis zur halben Meßstreckenbreite (Höhe  $H$ ); um an der gegenüber liegenden Wand für das low-Reynolds Modell nicht auch fein vernetzen zu müssen, wird über eine analytische Beziehung aus dem  $1/7$ -Potenzgesetz ([110]) die Verdrängungsdicke einer turbulenten Plattengrenzschicht von der Höhe  $H$  abgezogen und dort die Randbedingung einer reibungsfreien Wand gesetzt. Um das erste Profil werden die wandnächsten Zellen so gelegt, daß mit dem erzielten dimensionslosen Wandabstand in der Rechnung auch die logarithmische Wandfunktion (WF) zu Vergleichszwecken angewendet werden kann. Das zweite Profil wird deutlich feiner vernetzt (siehe Tabelle 5.1).

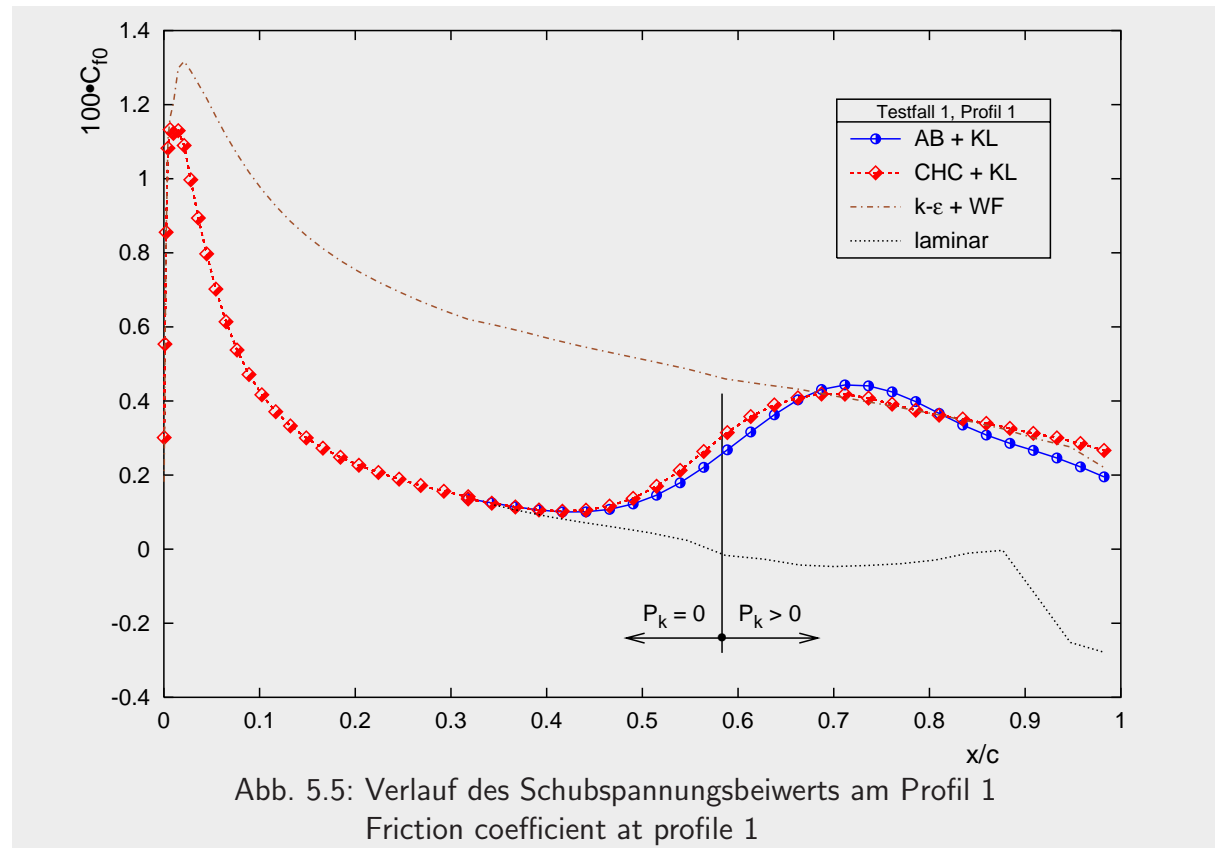
Die numerische Modellierung des erzwungenen Umschlags an der Stelle des auf das erste Profil aufgetragenen Sandpapiers stellt bei der Verwendung eines Programmes wie FLUENT, wel-

ches nicht im Quelltext vorliegt, ein Problem dar. Die naheliegende Lösung, in verschiedenen Blöcken unterschiedliche Wandbehandlungen zu wählen, kann mit FLUENT für das vorliegende Problem derzeit nicht zufriedenstellend realisiert werden. Zwar kann in Block B1 (Abbildung 5.4) durch Nullsetzen des Produktionsterms der  $k$ - und  $\epsilon$ -Gleichung eine laminare Zone erzeugt werden, in der die Turbulenz nur transportiert, aber nicht produziert wird; ferner kann in Block B3 nach dem Sandpapier, wo eine turbulente Strömung vorliegt, die logarithmische Wandfunktion eingesetzt werden. Setzt man einen zügigen Umschlag aufgrund der Störung durch das Sandpapier voraus, so käme in Block B2 eine aufgrund der Rauigkeit modifizierte Form des logarithmischen Wandgesetzes (siehe Spurk [122]) zum Einsatz. Diese drei Wandbehandlungen sind vorhanden und können simultan aktiviert werden, aber es ist nicht möglich, zusätzlich ein low-Reynolds Modell in allen übrigen Blöcken zu verwenden. Dadurch könnte bei obiger Vorgehensweise der direkte Umschlag an dem folgenden Profil nicht berechnet werden.

Es wird daher im gesamten Strömungsgebiet eines der beiden low-Reynolds Modelle AB und CHC aktiviert. In Block B1 wird der Produktionsterm der  $k$ - und  $\epsilon$ -Gleichung zu Null gesetzt, und die Grenzschicht bleibt dort laminar. In Block B2 wird nun dieser Produktionsterm wieder in seiner Standardform zugelassen, und es erfolgt durch dieses abrupte Zuschalten ein Umschlag. Die Auswirkung ist dokumentiert am Beispiel des ersten Testfalls in Bild 5.5 im Vergleich zu einer rein laminaren Berechnung, in der es zur Ablösung kommt ( $C_{f0} \leq 0$ ) und der Berechnung unter Verwendung des Standard  $k$ - $\epsilon$  Modells mit der Wandfunktion, die eine am Staupunkt beginnende turbulente Strömung vorhersagt. Meßergebnisse zum stromauf angeordneten Profil existieren nicht.

Da aufgrund der Vorderkantenform des NACA-Profiles eine Staupunktströmung vorliegt, die zu erhöhter Produktion turbulenter kinetischer Energie bei Verwendung des Standard-Produktionsterms (4.21) in dem  $k$ - $\epsilon$  Modell führt (vgl. Kapitel 4.4), wird in FLUENT über das Eincompilieren eines zusätzlichen Produktionsterms in beide Gleichungen der turbulenten Größen der Standardterm aus Gleichung (3.15) und (3.16) abgezogen und der nach Kato und Launder [53] (KL) modifizierte Term aufaddiert. Diese Modifikation der Gleichungen wird in allen Blöcken außer den genannten B1-B3 angewendet.





Die Eintrittsrandbedingungen der turbulenten Größen werden über Gleichung (3.31) und (3.13) aus den Meßwerten im ersten Schnitt N1 weit außerhalb des Nachlaufs und einem der halben Kanalhöhe entsprechenden Längenmaß  $L = H/2$  berechnet. Aufgrund der sehr niedrigen Außenturbulenz, die zum Umschlagsgeschehen nicht beiträgt, ist die Wahl von  $\epsilon$  hier nicht kritisch und kann daher über obige vereinfachte Annahme bestimmt werden. Die Randbedingungen sind zusammen mit weiteren Größen in Tabelle 5.1 genannt.

### 5.3 Variation der Anström-Reynoldszahl

#### Testfall 1: $Re = 6 \cdot 10^5$

Die Geschwindigkeitsverteilung und die Verteilung der Schwankungen im Nachlauf des ersten Profils werden in den Bildern 5.6 und 5.7 dargestellt. Dort werden die Einflüsse der Verwendung verschiedener Modelle auf die Ausbildung des berechneten Nachlaufs an den Meßstellen N2 ( $x/c = -0,283$ ) und N3 ( $x/c = -0,1$ ) gezeigt. Wegen der Verfügbarkeit nur der beiden Schwankungskomponenten  $u'$  und  $v'$  aus der Messung wird nach Gleichung (3.11)  $4/3k$  mit  $(u'^2 + v'^2)$  verglichen. Dies impliziert die Annahme  $w'^2 \approx 2/3k$ . Zur Dokumentation der Anisotropie sind auch die beiden Komponenten  $u'^2$  und  $v'^2$  der Messung in Bild 5.7 aufgenommen.

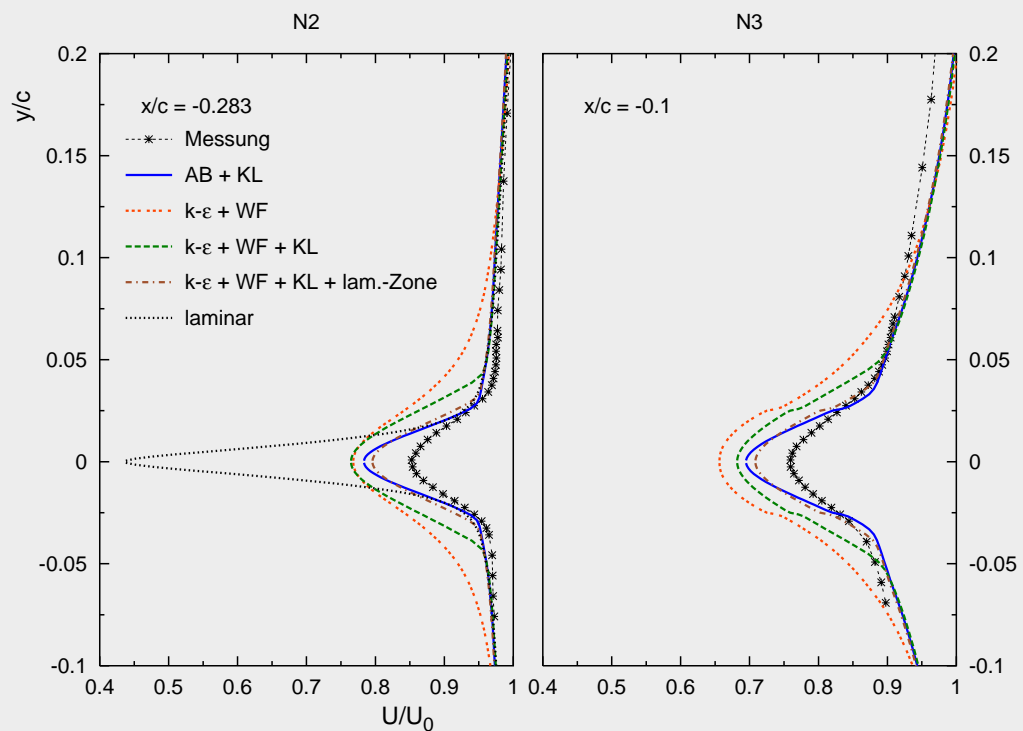


Abb. 5.6: Profile der mittleren Geschwindigkeit im Nachlauf (NACA0012, Fall 1)  
Streamwise mean velocity profiles in the wake

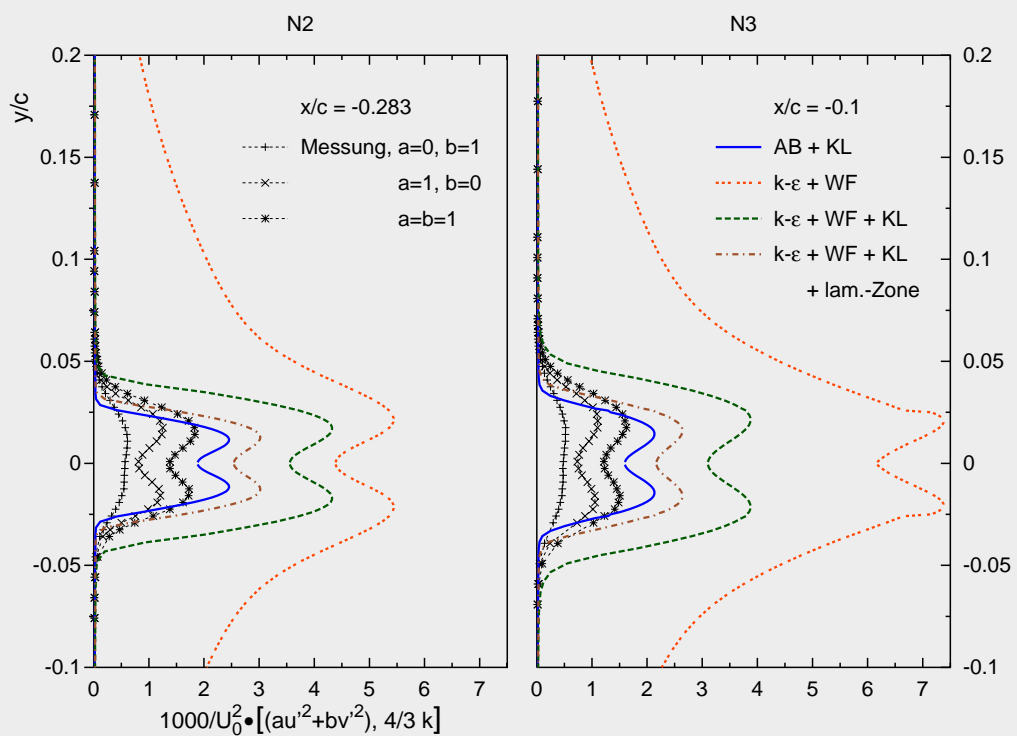
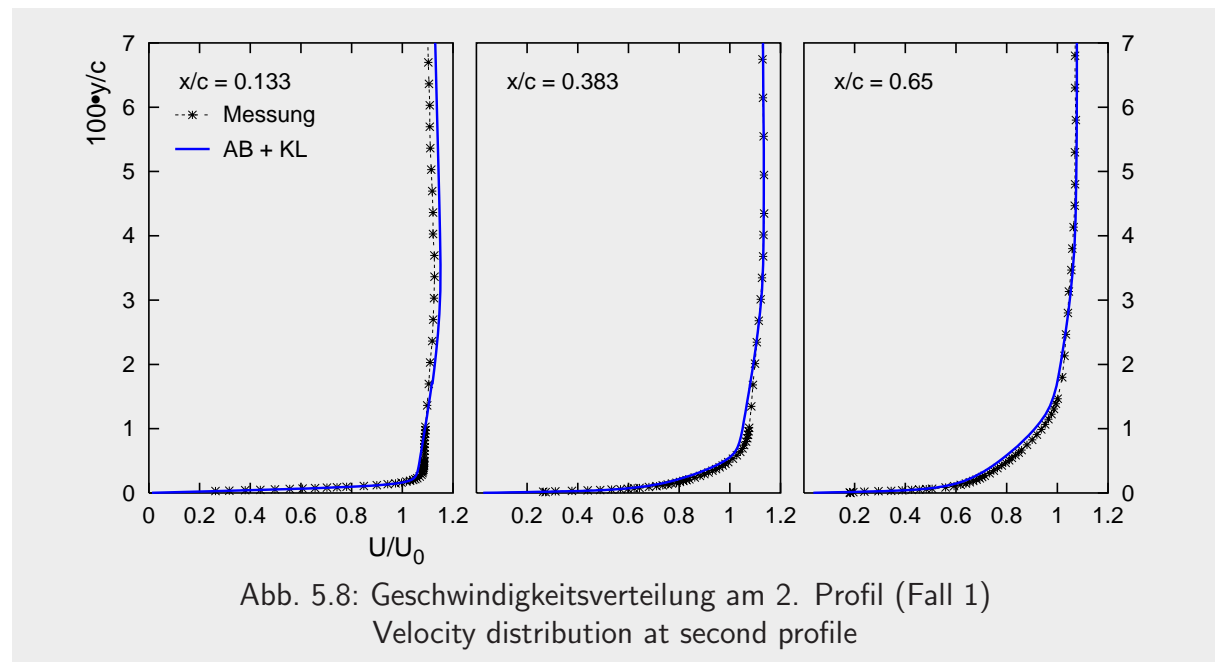


Abb. 5.7: Bezogene turbulente kinetische Energie im Nachlauf (NACA0012, Fall 1)  
Profiles of turbulent kinetic energy in the wake

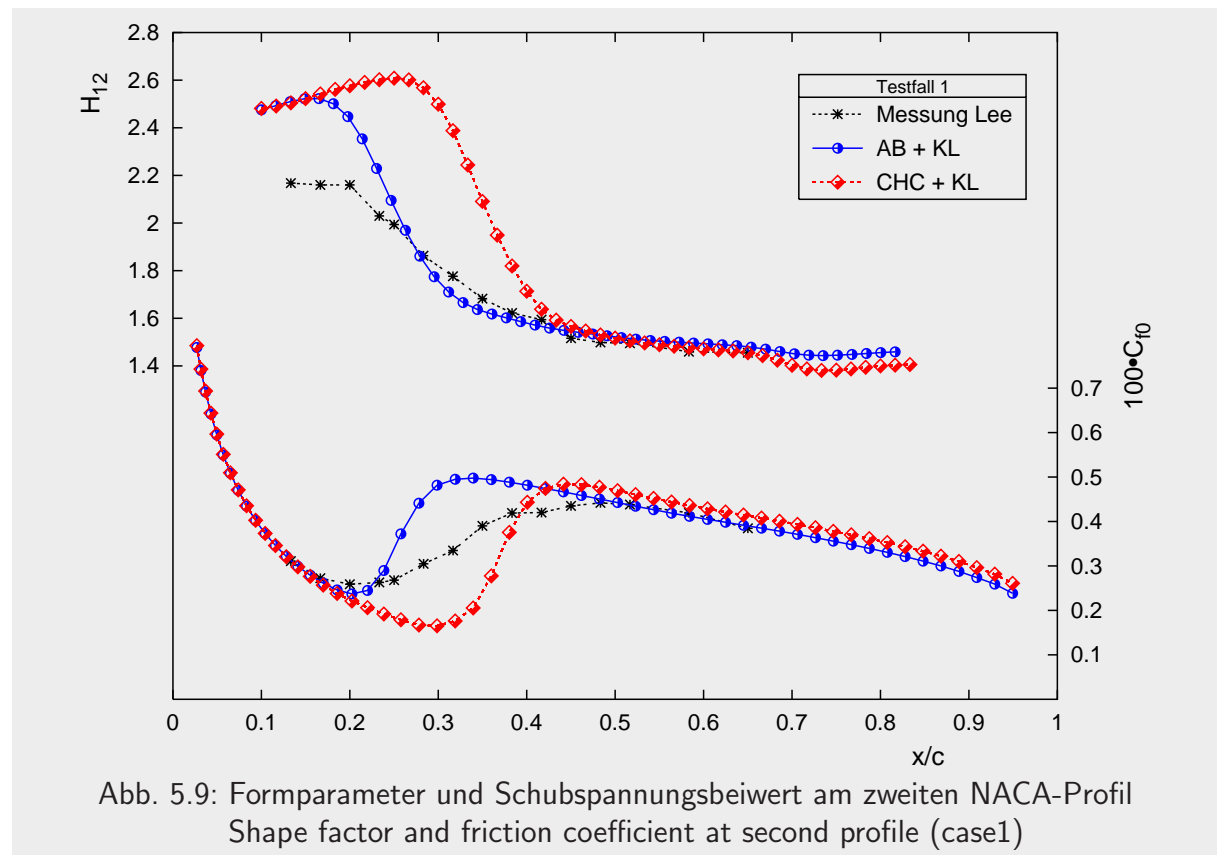




Eine laminare Rechnung führt nach Bild 5.5 zur Ablösung und dadurch zu einem viel zu tiefen Geschwindigkeitsdefizit im Nachlauf (Bild 5.6). Das Standard  $k-\epsilon$  Modell, von der Vorderkante des ersten Profils an angewendet, berechnet ein zu starkes Wachstum der turbulenten Grenzschicht im Vergleich zur Realität und damit einen zu breiten Nachlauf. Außerdem ergibt sich ein viel zu hohes Niveau der Schwankungen, welches insbesondere in der Nähe des zweiten Staupunkts noch anwächst (Abbildung 5.7). Durch Hinzunahme der KL-Modifikation wird der Nachlauf schmaler und die Schwankungen kleiner, aber erst das Einführen der laminaren Zone in der tatsächlich laminaren Grenzschicht bringt die Rechenergebnisse näher an die Messung. Hierbei liegen die beiden low-Reynolds Modelle AB+KL und CHC+KL (nicht gezeigt) noch etwas besser als die Ergebnisse mit dem  $k-\epsilon$ +KL Modell nach dem Einschalten einer laminaren Zone. Jedoch geben beide Rechnungen das Defizit der Geschwindigkeit zu groß wieder.

In den Bildern 5.6 und 5.7 wird deutlich, daß weder mit einer laminaren noch einer vollturbulenten Rechnung der Nachlauf gut beschrieben werden kann. Dies rechtfertigt die gewählte Vorgehensweise der Ausblendung und Zuschaltung des Produktionsterms in verschiedenen Regionen bei Verwendung der low-Reynolds Modelle AB+KL und CHC+KL.

Trotz der zu gering berechneten Geschwindigkeit im Nachlauf werden die Profile der Geschwindigkeit auf dem zweiten Flügel in der laminaren, transitionalen und turbulenten Grenzschicht gut wiedergegeben (Bild 5.8). Die Berechnung der Transition erfolgt ebenfalls in guter Übereinstimmung mit der Messung und ist in Abbildung 5.9 dargestellt. Hier wird der Einsatzort der Transition von dem Modell AB+KL etwas besser wiedergegeben als mit dem Modell CHC+KL, wobei die Erstreckung des Gebietes in beiden Fällen analog zu den Ergebnissen zu anderen Testfällen in früheren Kapiteln zu kurz bestimmt wird.



Die Geschwindigkeitsprofile in dimensionsloser Form bei verschiedenen Lauflängen an dem zweiten NACA-Profil in den Abbildungen 5.10 und 5.11 bestätigen das Ergebnis: sowohl die laminaren als auch die turbulenten Profile im Bereich zwischen den beiden Grenzkurven der linearen Geschwindigkeitsverteilung  $u^+ = y^+$  im prätransitionalen Bereich und der viskosen Unterschicht sowie dem logarithmischen Wandgesetz  $u^+ = 1/0,41 \ln y^+ + 5$  in der turbulenten Grenzschicht werden sehr gut beschrieben. Insbesondere zeigt sich die perfekte Wiedergabe der wandnahen Geschwindigkeitsverteilung in der viskosen Unterschicht der Rechnung, die in der Messung bei Wandabständen kleiner  $y^+ = 5$  zu großen Abweichungen von der linearen Verteilung führt und daher in Bild 5.10 weggelassen wurde. Dieses Problem der Messung deutet auch auf die Schwierigkeit hin, Wandschubspannungen meßtechnisch korrekt zu ermitteln, insbesondere dann, wenn aufgrund sich ändernder Strömungszustände keine Wandgesetze zur Überbrückung der wandnahen Schicht angewendet werden können.

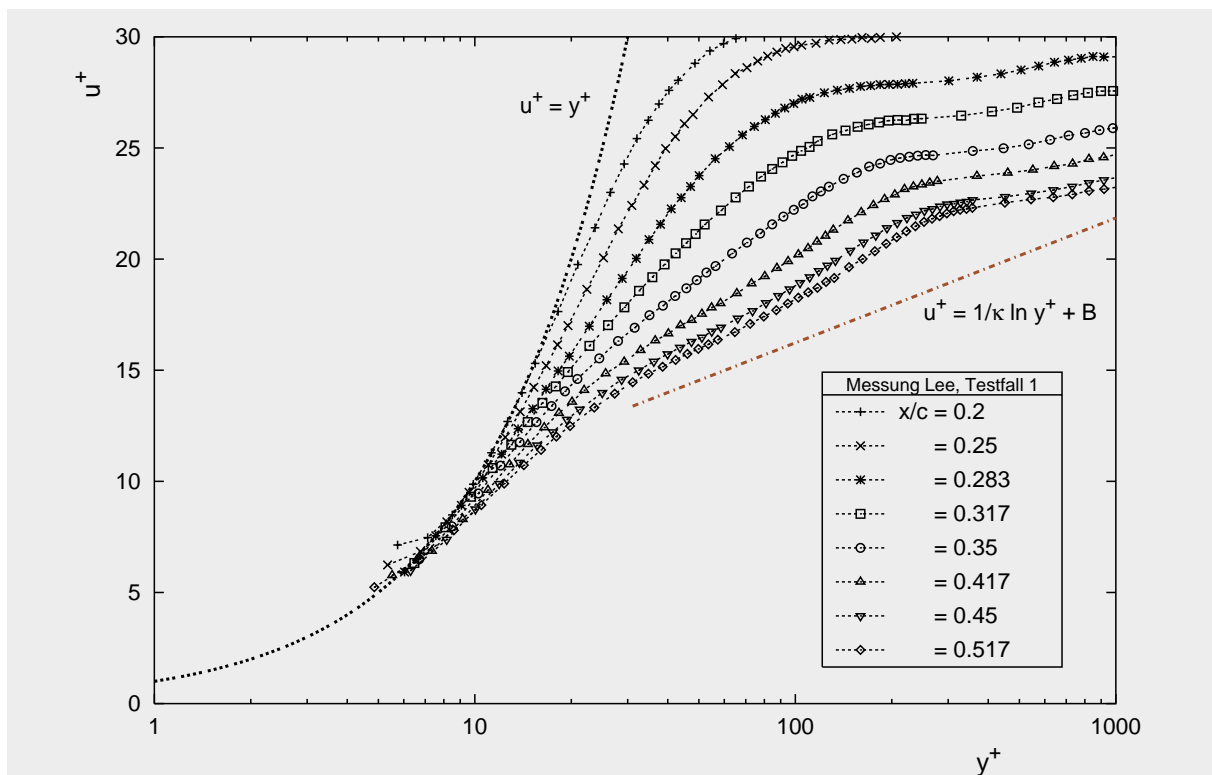


Abb. 5.10: Gemessene Profile der mittleren Geschwindigkeit bei verschiedenen Lauflängen  
Measured mean velocity profiles at different running lengths

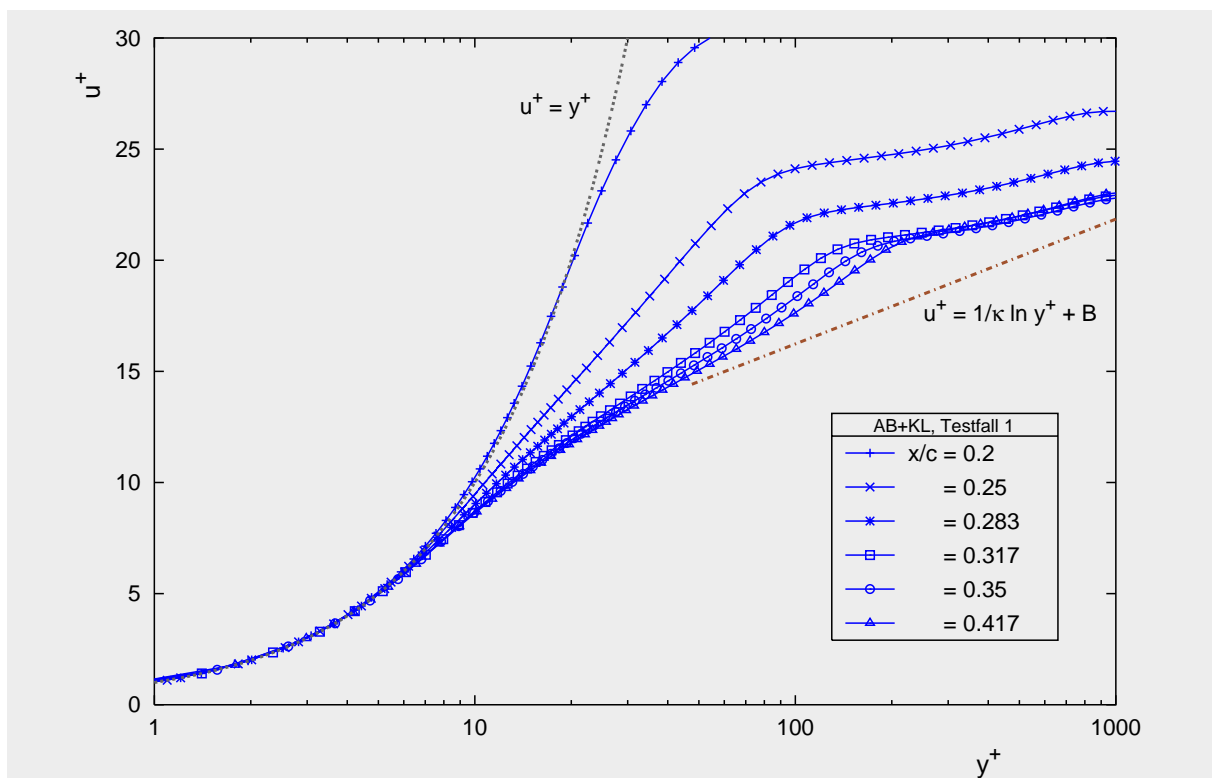


Abb. 5.11: Berechnete Profile der mittleren Geschwindigkeit bei verschiedenen Lauflängen  
Computed mean velocity profiles at different running lengths

**Testfall 2:  $Re = 4 \cdot 10^5$** 

Der zweite Testfall mit einer reduzierten Anströmgeschwindigkeit liefert ein im Vergleich zur Messung nochmals größeres Geschwindigkeitsdefizit und leicht erhöhte Werte der Schwankungen (Bild 5.12 und 5.13). In der Grenzschicht des folgenden Profils wird die Geschwindigkeit dennoch nur um maximal 5 % zu klein berechnet, was sich aber schon in einem etwas zu gering bestimmten Niveau der Wandschubspannung, ausgedrückt durch den Schubspannungskoeffizienten  $C_{f0}$  in Bild 5.14, niederschlägt. Der Umschlag liegt durch die Reduzierung der Reynoldszahl weiter stromab als in Testfall 1 und wird in seiner Lage durch das Modell AB+KL wieder besser beschrieben als durch das Modell CHC+KL (Abbildung 5.14).

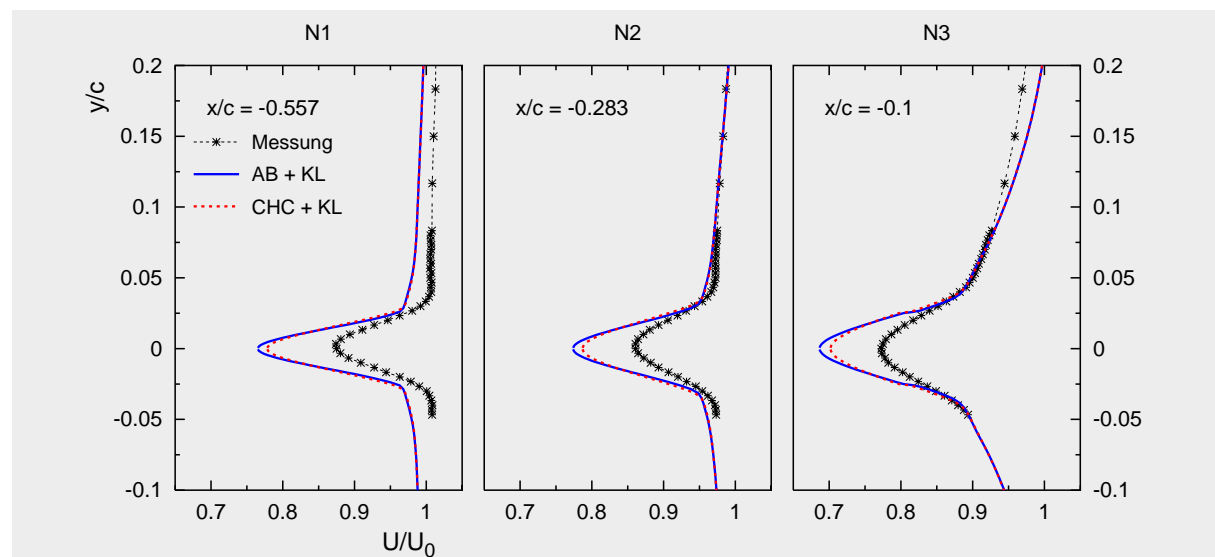


Abb. 5.12: Profile der mittleren Geschwindigkeit im Nachlauf (NACA0012, Fall 2)  
Streamwise mean velocity profiles in the wake

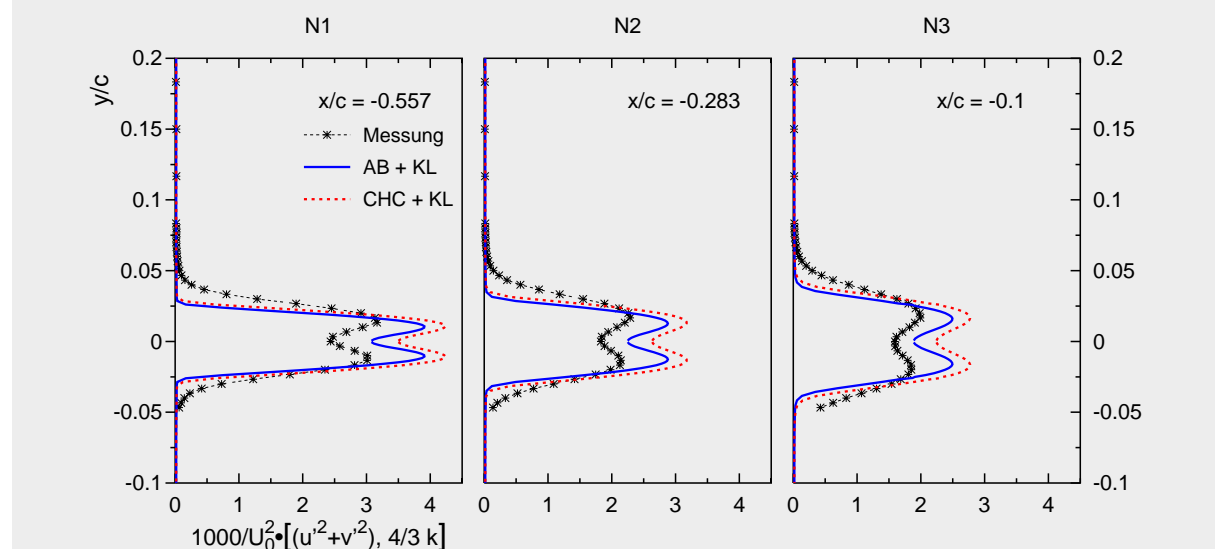
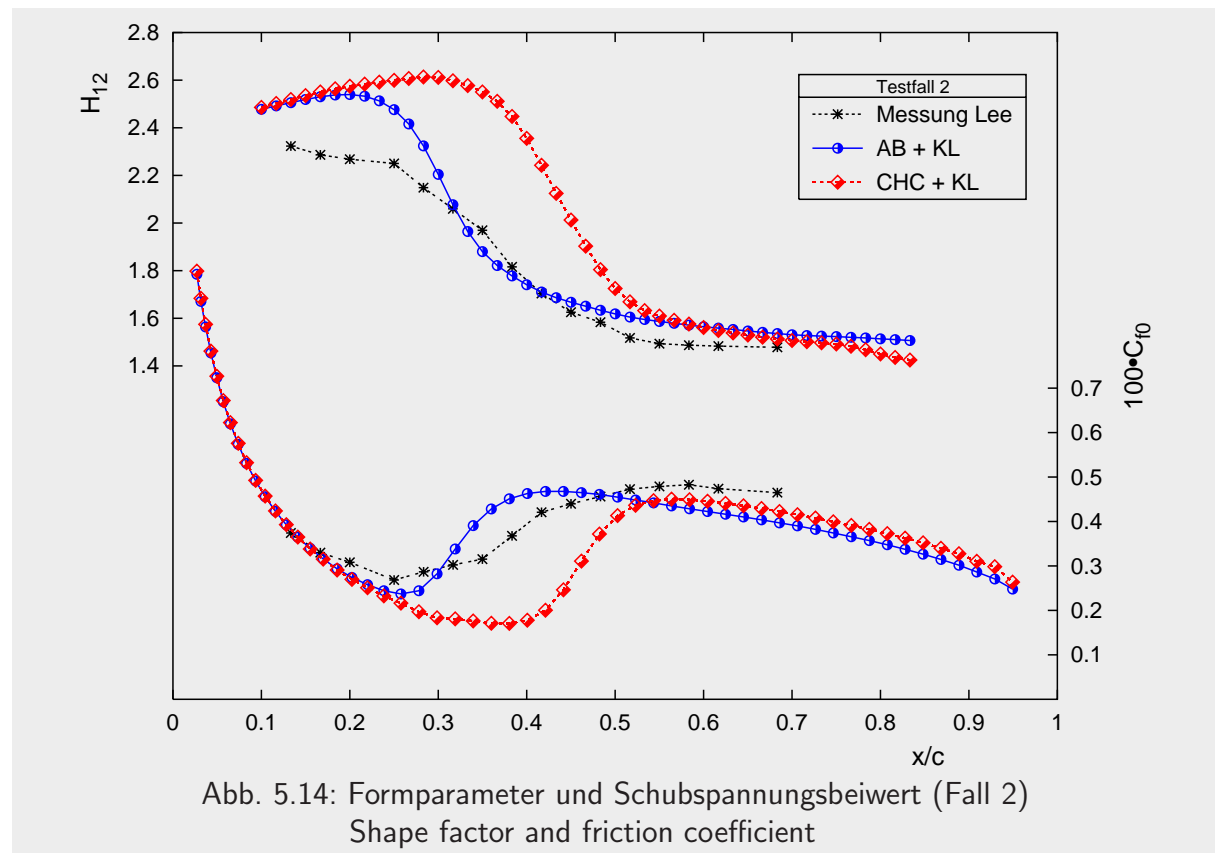


Abb. 5.13: Bezogene turbulente kinetische Energie im Nachlauf (Fall 2)  
Profiles of turbulent kinetic energy in the wake



### Testfall 3: $Re = 2 \cdot 10^5$

Bei der niedrigsten Anström-Reynoldszahl und immer noch einer Sehnenlänge Abstand zwischen den beiden NACA-Profilen erfolgt der Umschlag am weitesten stromab aller fünf Testfälle. Das berechnete Geschwindigkeitsdefizit weicht nach Abbildung 5.15 hier am weitesten von der Messung ab. Zum einen liegt das an der Tatsache, daß hier das alleinige Zuschalten des Produktionsterms in Block B2 nicht zum sofortigen, sondern erst etwas weiter stromab zum Umschlag auf dem ersten Profil führt. Dadurch wächst die noch laminar berechnete Grenzschicht dort langsamer als die schon turbulente im Experiment und bildet dann einen schmalen Nachlauf aus. Der etwas späte Umschlag auf Profil 1 kann aber nicht das deutlich zu groß berechnete Geschwindigkeitsdefizit im Testfall 3 allein erklären. Weil dieses zu große Defizit der Geschwindigkeit auch berechnet wird, wenn von einer laminaren Zone auf die Wandfunktion WF umgeschaltet wird (siehe Testfall 1) und damit wie in der Messung durch das Sandpapier ein Umschlag an der gleichen Stelle erzwungen wird, der zu dem korrekten Geschwindigkeitsprofil führen sollte, scheint hier nicht die gewählte Vorgehensweise der verschiedenen Zonen für dieses Problem verantwortlich zu sein. Tatsächlich berichten auch Sanz et al. [93] von Nachrechnungen eigener Meßergebnisse im nahen, freien Nachlauf eines Schaufelgitters mit Hilfe des BF+KL low-Reynolds Modells und eines Eingleichungsmodells. Sie erhalten ebenfalls deutlich zu große Defektgeschwindigkeiten in Ebenen kleiner 30 % Sehnenlänge hinter den Profilen.

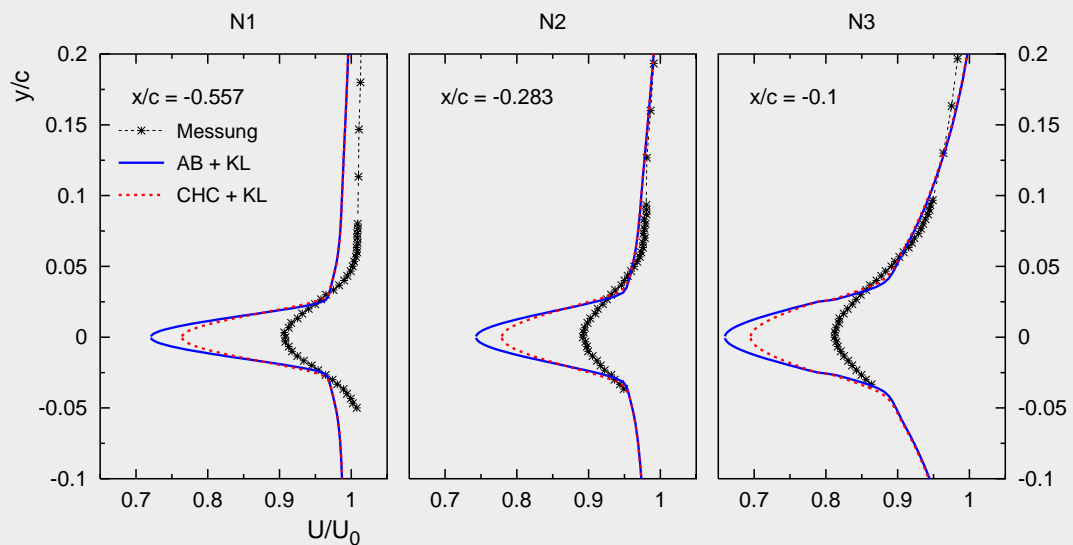


Abb. 5.15: Profile der mittleren Geschwindigkeit im Nachlauf (Fall 3)  
Streamwise mean velocity profiles in the wake

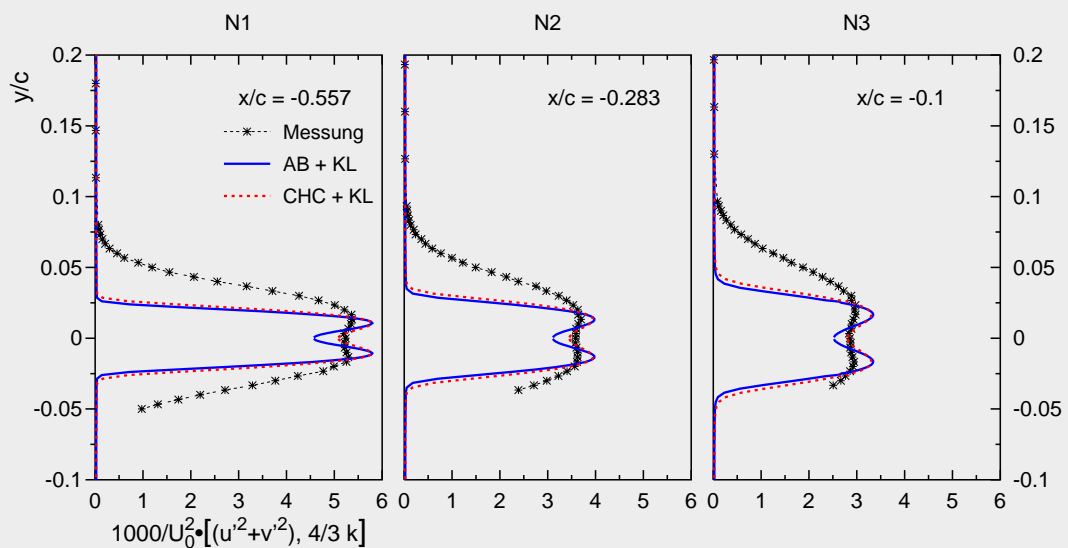
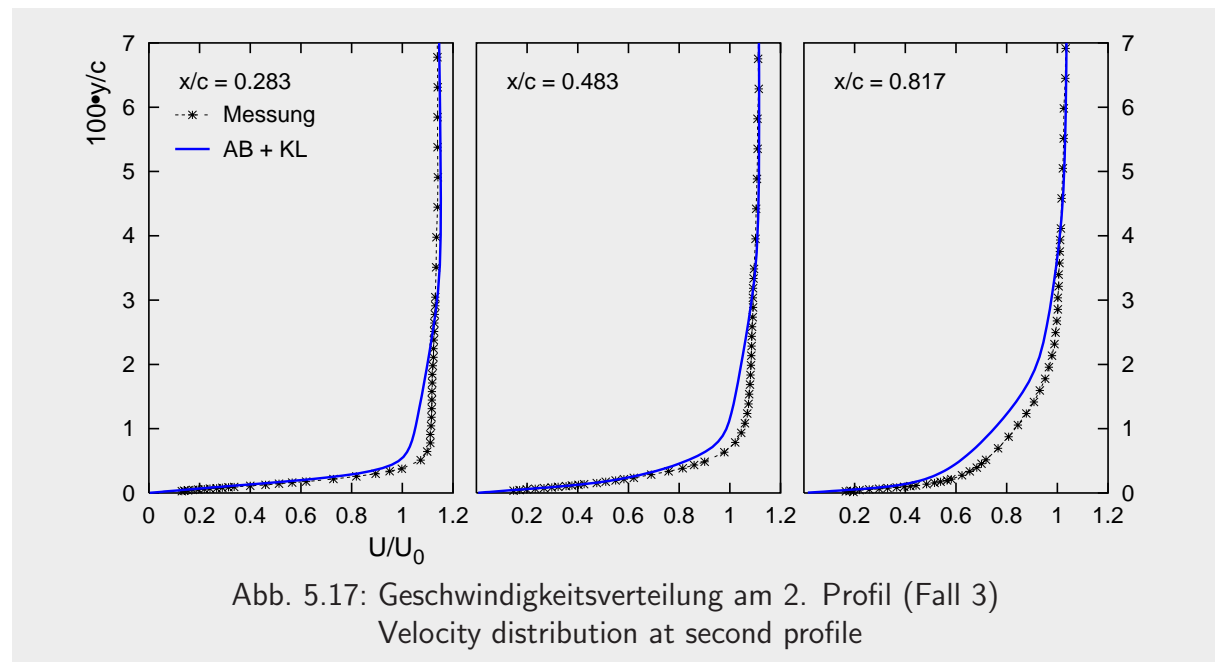


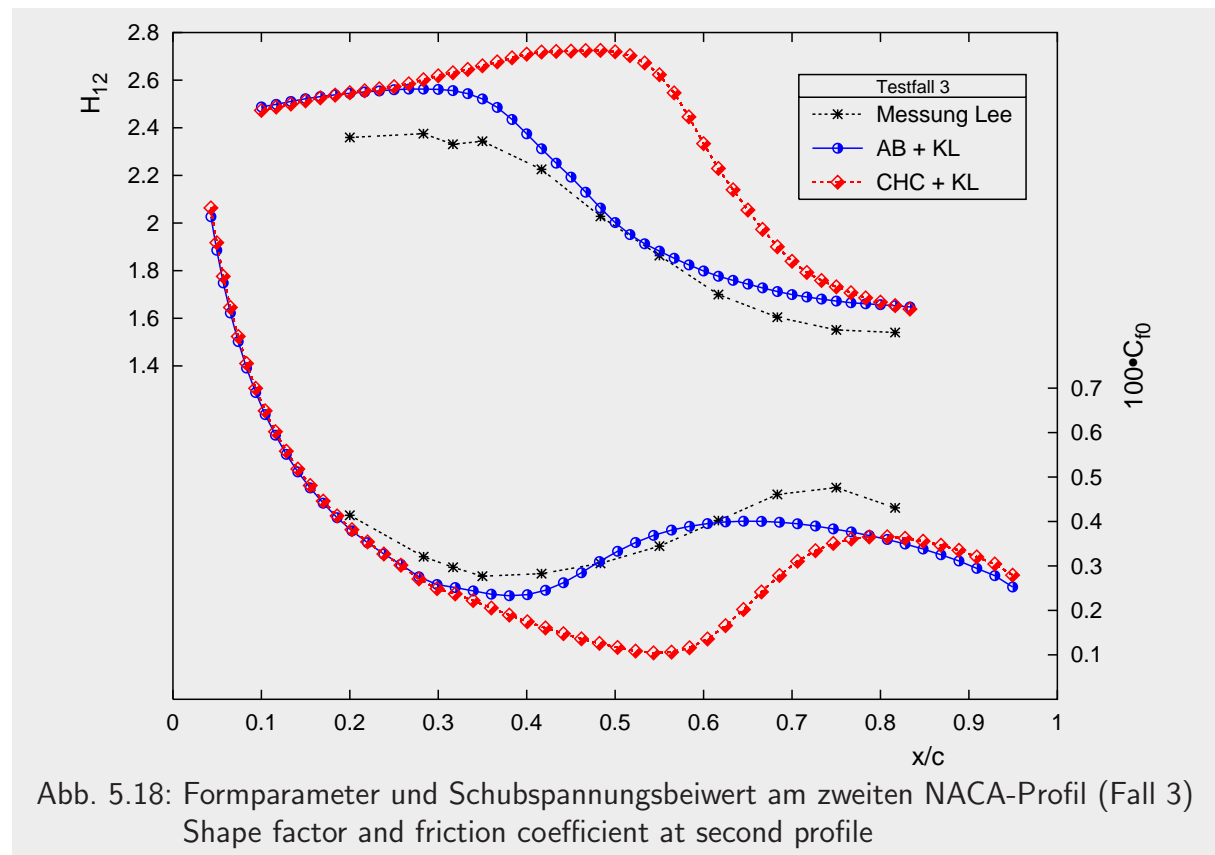
Abb. 5.16: Bezogene turbulente kinetische Energie im Nachlauf (Fall 3)  
Profiles of turbulent kinetic energy in the wake

Boyle und Ameri [11] geben einen weiteren Hinweis aufgrund der Berechnung der Umströmung einer Turbinenschaufel mit dem CH Modell. Sie vergleichen den berechneten Totaldruck hinter dem Profil mit Meßergebnissen und kommen zu der Erkenntnis, daß nur die Ergebnisse auf einem sehr groben Gitter die Totaldruckverteilung im Nachlauf befriedigend wiedergeben können. Alle auf feineren Gittern erzielten Resultate liefern schmalere Nachläufe mit deutlich zu kleinen Minima der Geschwindigkeit. Die Autoren führen das gute Ergebnis auf dem groben Gitter auf eine sich in diesem Fall positiv auswirkende hohe numerische Diffusion zurück, die auf feineren Gittern im Vergleich zur Messung im Nachlauf ungenügend ausgeprägt ist.



Offensichtlich liegt hier ein generelles Problem von Ein- und Zweigleichungsturbulenzmodellen vor, auf das auch Meschkat [71] kürzlich bei der Berechnung von Stator-Rotor Interaktionen in Strömungsrichtung sehr nahe beieinander liegender Gitter gestoßen ist. Dieses Problem ist unabhängig zu sehen von der hier schwerpunktmäßig behandelten Berechnung des direkten Umschlags, hat aber durch Änderung des Zuströmprofils in dem hier erörterten Testfall einen Einfluß auf letzteren.

In Testfall 3 weichen die Grenzschichtprofile der Geschwindigkeit in Bild 5.17 auf dem stromab liegenden Flügel am stärksten von der Messung ab, was sich auch in dem etwas niedrigeren Niveau des Schubspannungsbeiwerts  $C_{f0}$  in Abbildung 5.18 äußert. Die Lage des Umschlags wird trotz der etwa zehnprozentigen Abweichung im Geschwindigkeitsprofil nach Bild 5.17, aber mit Hilfe des korrekt wiedergegebenen Niveaus des Turbulenzgrades in Abbildung 5.16 von dem AB+KL Modell sehr gut getroffen. Im Falle des Modells CHC+KL liegt der Einsatzort der Transition wieder weiter stromab.



## 5.4 Variation des Abstands der NACA-Profile

### Testfall 4: $G/c = 0,5$

Bei nun festgehaltener Reynoldszahl von Testfall 3 wird der Abstand der beiden NACA-Profile auf eine halbe Sehnenlänge verkürzt. Dadurch verschiebt sich auch die Lage der Meßstellen im Nachlauf gegenüber der Skizze 5.1 auf  $x/c = -0,45$ ,  $-0,25$  und  $-0,057$ ; Meßstellen N1 und N3 liegen dadurch nur noch 15 und 17 mm hinter dem ersten bzw. vor dem zweiten Profil. Aus der engeren Anordnung der Profile resultiert ein größeres Geschwindigkeitsdefizit im Nachlauf, das in der Simulation mit den Modellen AB+KL und CHC+KL nach Bild 5.19 in besserer Übereinstimmung mit der Messung als in Testfall 3 wiedergegeben wird. Das Defizit ist aber trotzdem zu groß und der Nachlauf zu schmal berechnet. Auch das gegenüber Testfall 3 verdoppelte Niveau des Turbulenzgrades durch die stärkere Interaktion der beiden Profile wird in seinem Maximalwert gut getroffen, aber in seiner Ausbreitung in Querrichtung unterrepräsentiert (Bild 5.20). Auffallend an der Messung ist die unsymmetrische Verteilung der Turbulenz trotz symmetrischen Versuchsaufbaus.



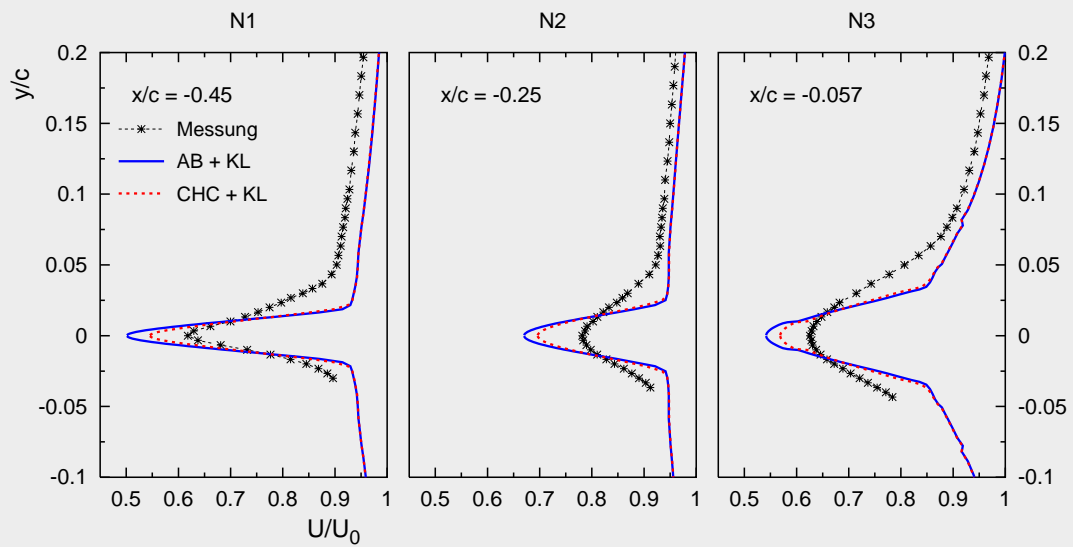


Abb. 5.19: Profile der mittleren Geschwindigkeit im Nachlauf (Fall 4)  
Streamwise mean velocity profiles in the wake

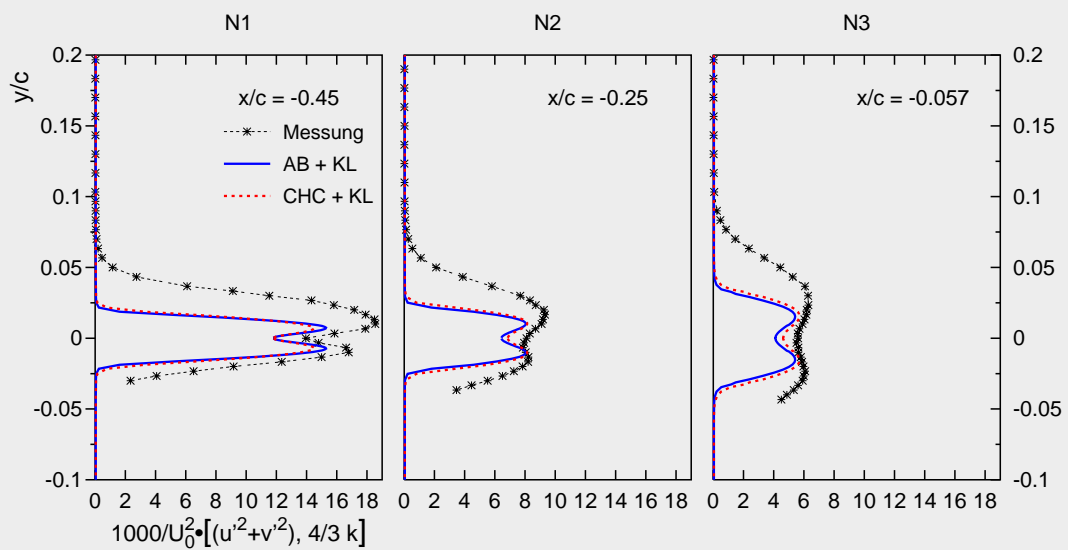
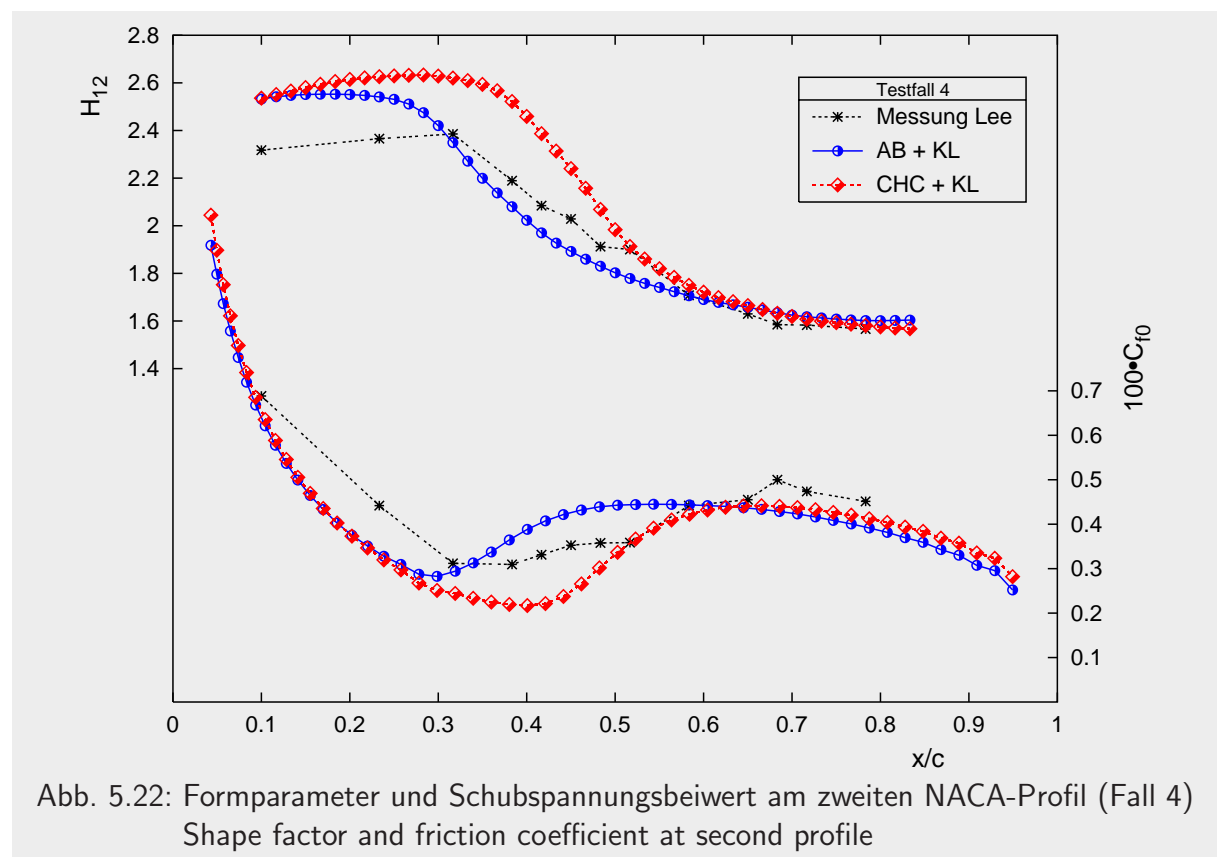
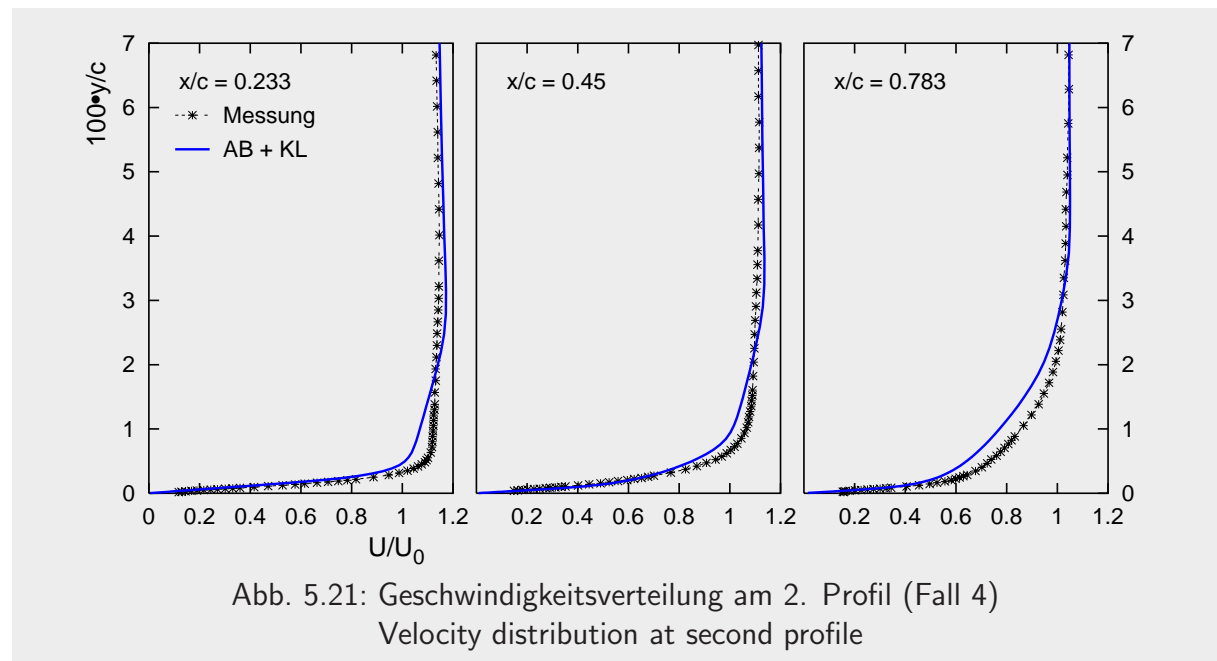


Abb. 5.20: Bezogene turbulente kinetische Energie im Nachlauf (Fall 4)  
Profiles of turbulent kinetic energy in the wake

Die Geschwindigkeitsprofile in der folgenden Grenzschicht werden in Abbildung 5.21 gezeigt. Das deutlich erhöhte Turbulenzniveau der Zuströmung zu Profil 2 führt zu einer Stromaufverschiebung der Transitionslage um etwa 10 % Sehnenlänge, die von beiden Modellen zu kurz, aber in ihrem Einsatz wiederum von dem Modell AB+KL gut wiedergegeben wird.



**Testfall 5:  $G/c=0,25$** 

Bei dem Abstand von nur einer viertel Sehnenlänge zwischen den beiden NACA-Profilen liegen die Meßebenen im Nachlauf 8,2 mm hinter dem ersten, in der Mitte zwischen beiden und 12,6 mm vor dem zweiten Profil. Durch den geringen Abstand ist die Stromaufwirkung des nachgeschalteten Flügels auf den Nachlauf besonders ausgeprägt (Bild 5.23), und es werden dort die höchsten der in den fünf Testfällen gemessenen Turbulenzgrade ermittelt (Abbildung 5.24). Diesen Anstieg gibt tendenziell auch die Rechnung wieder, er bleibt aber hinter der Messung zurück, so wie auch der Nachlauf wiederum zu schmal berechnet wird.

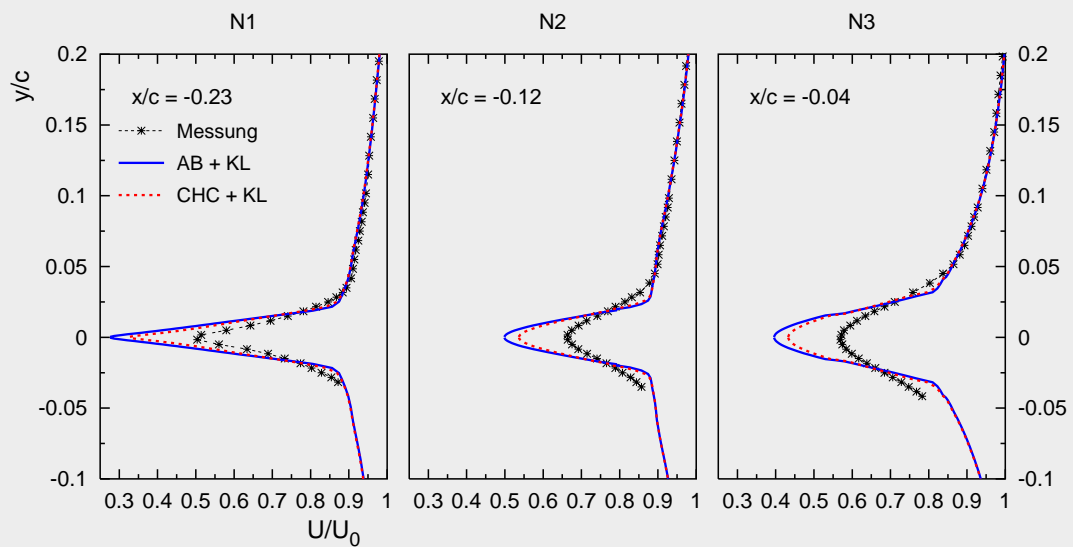


Abb. 5.23: Profile der mittleren Geschwindigkeit im Nachlauf (Fall 5)  
Streamwise mean velocity profiles in the wake

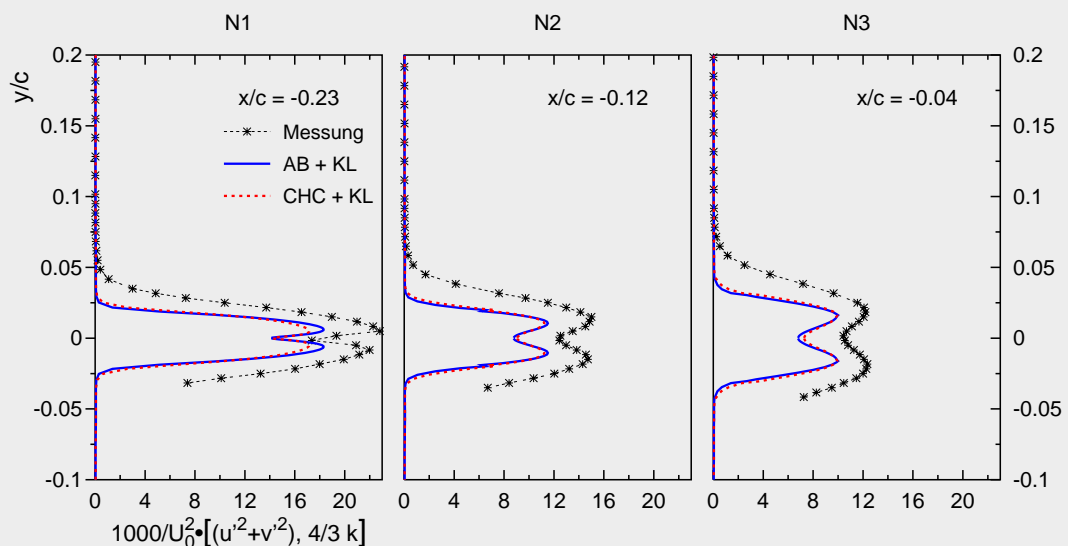
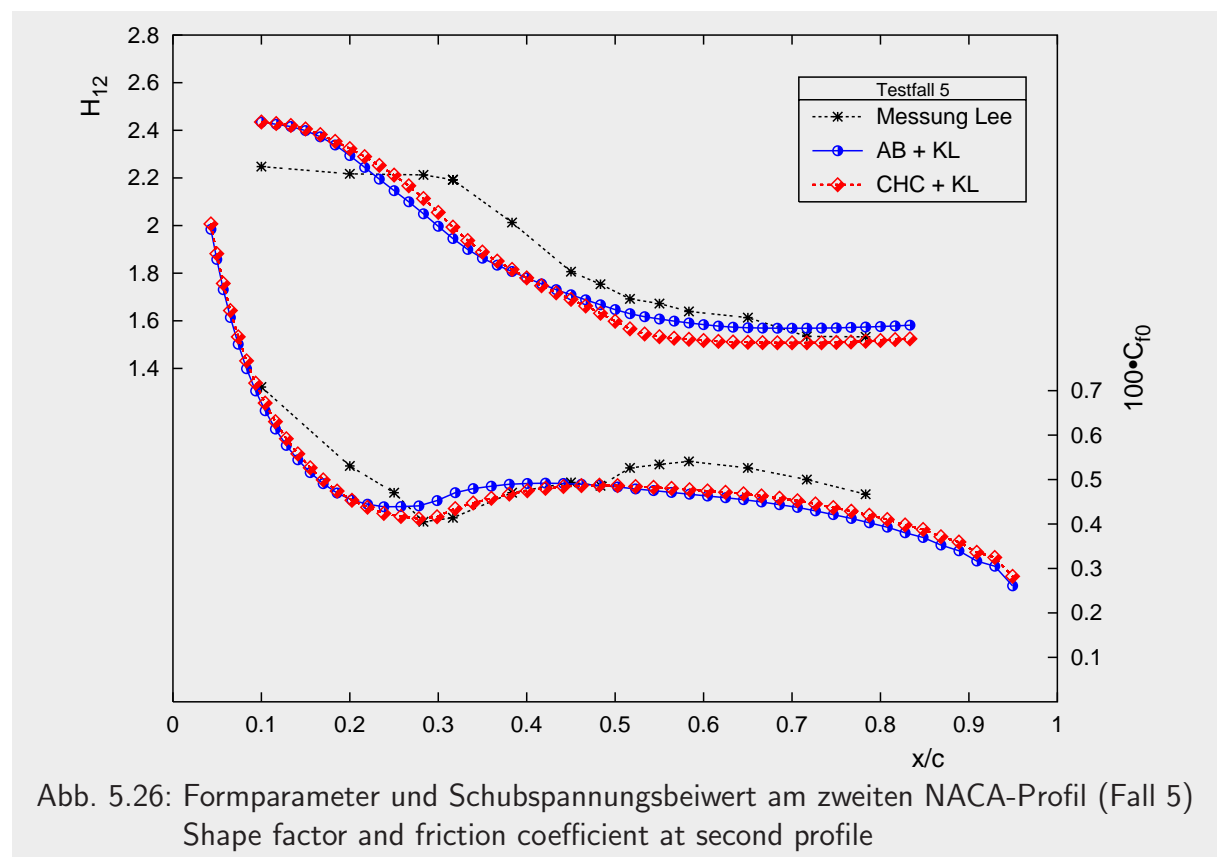
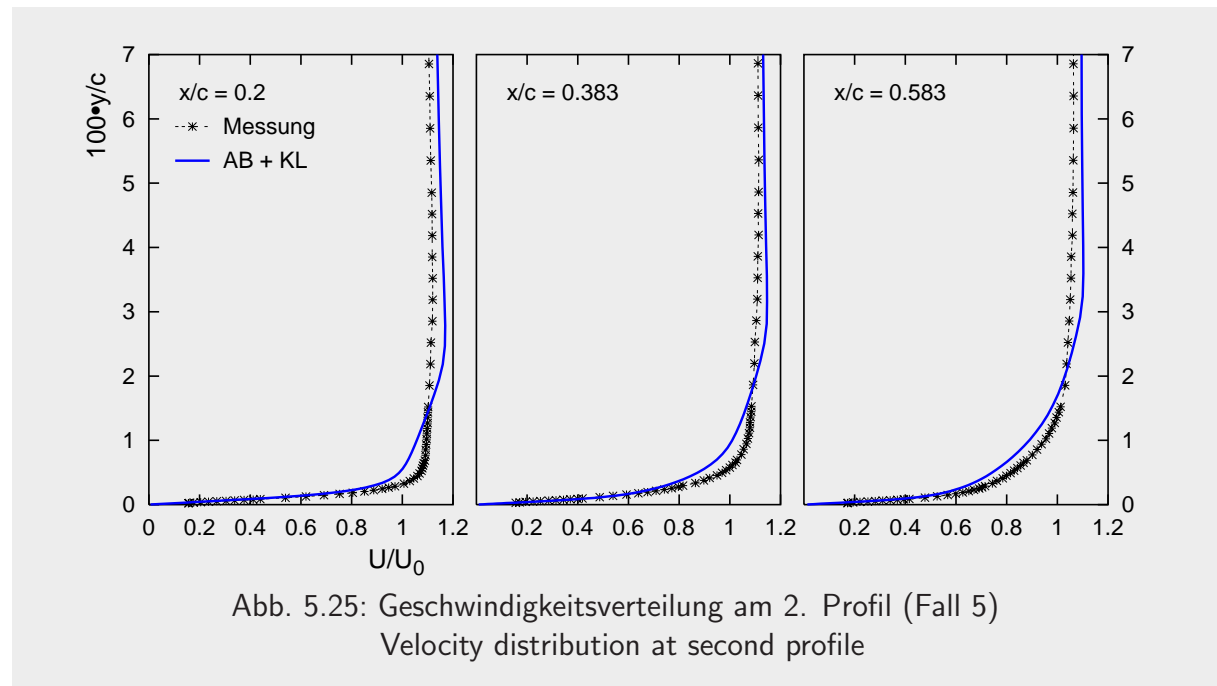


Abb. 5.24: Bezogene turbulente kinetische Energie im Nachlauf (Fall 5)  
Profiles of turbulent kinetic energy in the wake



Die Lage des Umschlags wird diesmal von beiden Modellen AB+KL und CHC+KL in etwa gleich gut bestimmt; nach dem Formparameter beurteilt, leiten ihn beide Modelle sogar etwas zu früh ein.

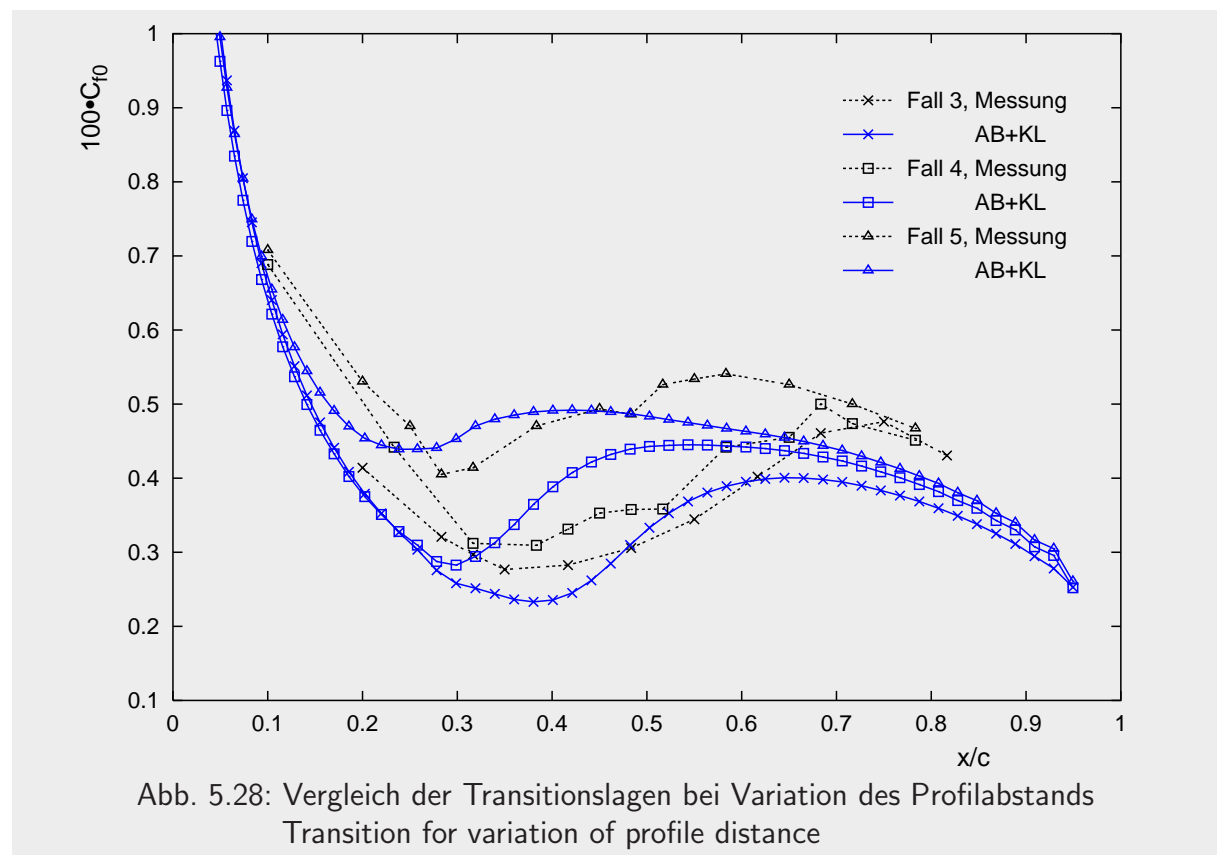
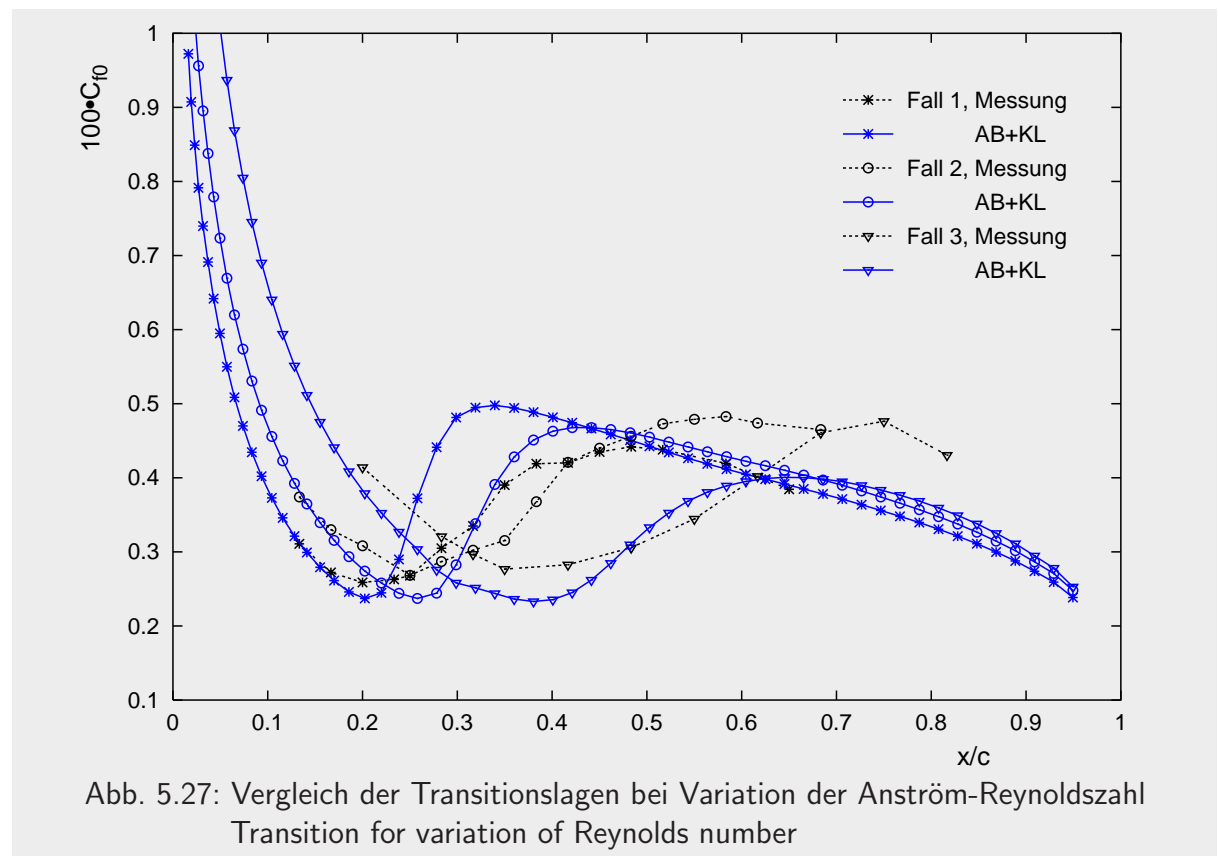
## 5.5 Abschließende Beurteilung der Berechnung nachlaufinduzierter Transition

Die nachlaufinduzierte Bypass-Transition unter Variation der Anström-Reynoldszahl wie auch des Abstands zweier hintereinander angeordneter NACA0012-Profile weist auf einige Schwächen der Modellierung mit erweiterten Zweigleichungsmodellen hin. In Übereinstimmung mit den Ergebnissen anderer Autoren ([93], [11], [71]) wird die Defizitgeschwindigkeit im Nachlauf des ersten Profils zu groß berechnet. Dadurch sinkt die Geschwindigkeit in der nachfolgenden Grenzschicht stärker ab, was sich in einem verringerten Niveau der Schubspannung an der Wand des zweiten Profils äußert. Die Nachlaufbreite wird tendenziell unterbestimmt, und die Schwankungen werden bei dem Abstand von einer Sehnenlänge zu groß berechnet. Durch Verringerung des Abstandes wächst das Niveau der Turbulenz in der Messung stärker an, als es die Rechnung nachvollzieht, so daß nach Überschreiten eines Schnittpunkts bei sehr geringen Abständen das Turbulenzniveau zu klein errechnet wird.

Die ausgeprägte Staupunktströmung ist mit einem linearen Zweigleichungsturbulenzmodell nur mit der Modifikation des Produktionsterms nach Kato und Launder [53] sinnvoll durchführbar. Ohne diese Modifikation wird im Staupunkt eine zu hohe Produktion turbulenter kinetischer Energie erfolgen, die den folgenden Umschlag deutlich zu früh einleitet. Daher beziehen sich obige Merkmale auch immer auf die Kombination der low-Reynoldsmodelle mit diesem Produktionsterm. Die Schwankungen im Nachlauf sind anisotrop. Diese Richtungsabhängigkeit der Turbulenz, sie ist in Bild 5.7 aus den Messungen an einem Testfall angedeutet, verstärkt sich mit Abnahme des Abstands der beiden hintereinander angeordneten Profile. Die Anisotropie der Turbulenz kann aber mit den linearen Turbulenzmodellen nicht nachvollzogen werden.

Die trotz der genannten Schwächen sehr guten Ergebnisse bezüglich der berechneten Lage des direkten Umschlags fassen die folgenden zwei Abbildungen 5.27 und 5.28 zusammen: die Verringerung der Reynoldszahl der Zuströmung bei gleichbleibendem Abstand führt zu einer Stromabverschiebung des Transitionsbeginns und einer Verlängerung des Umschlagsgebiets. Beides wird mit der Rechnung unter Verwendung der low-Reynolds Modelle AB+KL und CHC+KL (nur in den vorangegangenen Abbildungen gezeigt) vorhergesagt, wobei sich die schon in früheren Kapiteln aufgezeigte Tendenz, das Umschlagsgebiet zu kurz wiederzugeben, auch hier einstellt. Das Modell AB+KL liefert den etwas früheren Transitionsbeginn und liegt damit im allgemeinen näher an der Messung als das CHC+KL Modell.

Die Variation des Abstands beider Profile zueinander unter Beibehaltung der Anströmgeschwindigkeit führt zu einem starken Anwachsen der Turbulenz im Nachlauf, welche den direkten Umschlag auf dem zweiten Profil früher einleitet. Auch diese Tendenz geben die Berechnungen wieder.



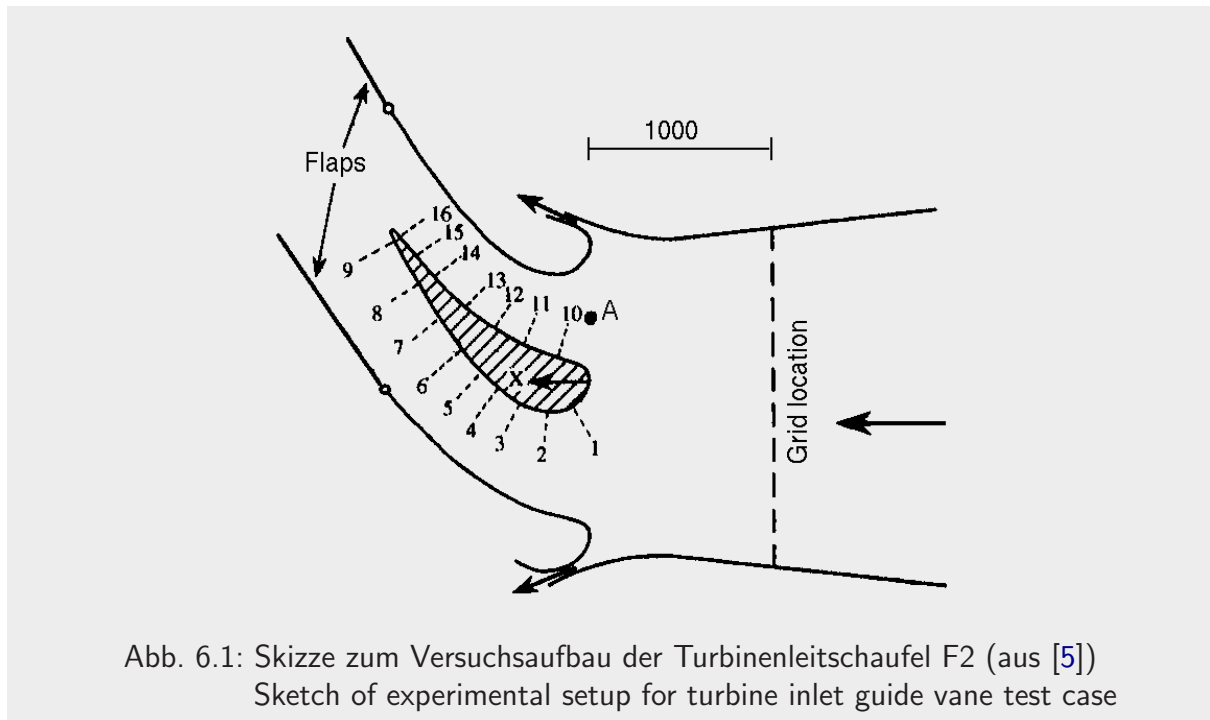
## 6 Transitionale Umströmung einer Turbinenschaufel

Der direkte Umschlag ist ein in Gasturbinen wichtiges Phänomen, welches bei der Profilauslegung Berücksichtigung finden muß. Aufgrund der geringeren Reibung ist man in heutigen Auslegungen insbesondere im Niederdruckteil der Turbinen bemüht, eine möglichst lange laminare Grenzschicht auf den Profilen zu erhalten, die rechtzeitig in die turbulente Grenzschicht umschlagen soll, bevor es zu einer Ablösung der dazu neigenden laminaren Grenzschicht kommen kann. Unter Berücksichtigung periodisch instationärer Zuströmung wird heute teilweise sogar schon eine Ablösung zugelassen, wenn die instationären Nachläufe für den Umschlag in der abgelösten Scherschicht sorgen und durch turbulentes Wiederanlegen die Zone der Ablösung stark begrenzt bleibt und noch nicht zu größeren Verlusten führt. In dem hier behandelten Testfall wird die stationäre Umströmung einer skalierten Leitschaufel des Niederdruckteils einer Gasturbine unter der Zuströmung mit erhöhtem Turbulenzniveau numerisch behandelt und mit Messungen verglichen.

### 6.1 Beschreibung des Testfalls

Die experimentelle Untersuchung von Bario [5] an einer vergrößerten Leitschaufel in einem Gitter aus drei Profilen wurde im Rahmen der ERCOFTAC *Turbomachinery Special Interest Group* durchgeführt und die Daten über diese Gruppe zur Verfügung gestellt (Aubert [4]). Die Grenzschicht der in Abbildung 6.1 skizzierten hydraulisch glatten Schaufel von  $c = 1,4$  m Sehnenlänge des abgewickelten Gitters der Teilung  $t = 0,875$  m wurde hierbei mit der 2-Komponenten Laser Doppler Meßtechnik (LDV) bis hinunter zu Wandabständen von  $y^+ \approx 10$  vermessen. Der Turbulenzgrad des hier verglichenen Falls F2 beträgt nominell  $Tu = 5\%$  und wird mit Hilfe eines Windkanalsiebs der Maschenweite  $M = 50$  mm aus Flacheisen des versperrenden Querschnitts  $d = 10$  mm erzeugt. Der Staffelungswinkel der Profile beträgt  $41^\circ 30'$ . Weitere Versuchsgrößen sind in [5] zu finden.

Auf der Saugseite des Profils findet eine Beschleunigung der Strömung bis etwa  $s/S = 36\%$  bezogener Lauflänge statt, die dann in eine Verzögerung mündet; auf der Druckseite wird die Strömung über die gesamte Länge  $S$  beschleunigt. Hierbei ist der maximal auftretende Beschleunigungsparameter  $K_{\max} = 2 \cdot 10^{-6}$  nach Gleichung (2.1) kleiner als der kritische Wert, so daß es in dem hier behandelten Testfall nicht zu einer Relaminarisierung der Strömung auf



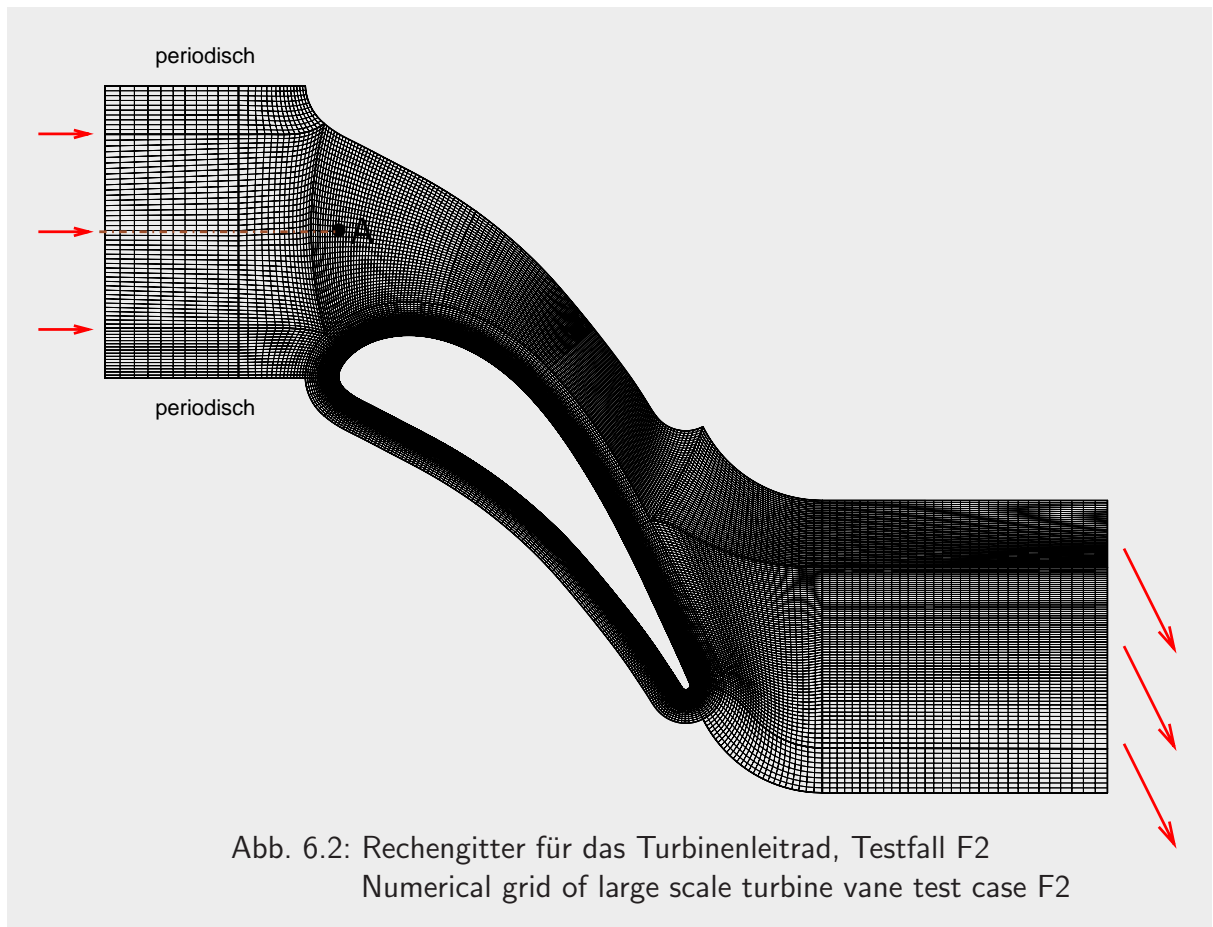
der Druckseite kommt. Die mit der Abströmgeschwindigkeit und der Sehnenlänge gebildete Reynoldszahl des Versuchs F2 liegt bei  $Re = 1,3 \cdot 10^6$  und damit in einem typischen Betriebsbereich von Gasturbinen einerseits und in dem Bereich des Auftretens von Transition andererseits. Die Orte der Grenzschichttraversierungen, an denen im Folgenden auch der Vergleich mit den Rechenergebnissen vorgenommen wird, sind in Bild 6.1 dargestellt.

## 6.2 Numerische Modellierung

Für die numerische Simulation wird die mittlere Schaufel derart vernetzt, daß die oberen und unteren Ränder des Rechengebietes weit außerhalb der Grenzschicht liegen und eine identische Knotenverteilung aufweisen. Dort wird eine periodische Randbedingung gesetzt, die die Strömung der Teilung entsprechend periodisch fortsetzt. Diese Randbedingung und die Wahl der O-H Netzkombination zur verzerrungsarmen Vernetzung der Leitschaufel bedingen die Verwendung des Programms FLUENT. Die Grenzschichten auf der Saug- und Druckseite werden entsprechend den Anforderungen der Verwendung von low-Reynolds Modellen, beruhend auf den Erkenntnissen der vorangegangenen Testfälle, zur Transitionsberechnung in Querrichtung sehr fein aufgelöst, aber auch in Längsrichtung mit genügend Netzknoten versehen. Die Anzahl der Punkte in der Grenzschicht sowie der sich einstellende minimale Wandabstand  $y^+$  auf Saug- und Druckseite sind in Tabelle 6.1 gegeben.

Die Bestimmung der Transition an diesem Testfall setzt wieder das adäquate Setzen der Eintrittsrandbedingungen, nicht nur der bekannten Eintrittsgeschwindigkeit, sondern auch der turbulenten Größen, voraus. Für letztere sind in [5] der Turbulenzgrad  $Tu = 5\%$  und ein





turbulentes Längenmaß  $L_{u'} = 65 \text{ mm}$  am Punkt A zwischen zwei Profilen auf Höhe der Vorderkante gegeben. Aufgrund der Versperrungswirkung der Profile liegt der Punkt A jedoch schon in beschleunigter Strömung, wodurch eine Extrapolation eines Abfallgesetzes der Turbulenz nach Gleichung (3.30) zum Eintrittsrand schwierig ist. Auf Nachfrage hin konnte von Bario [6] der Turbulenzgrad noch an vier weiteren Meßpunkten stromauf des Profils übermittelt werden. Diese Werte sind zusammen mit den rechnerischen Ergebnissen unter der Annahme isotroper Turbulenz in der Zuströmung in Abbildung 6.3 gegeben. Der rechnerische Abfall des Turbulenzgrades ergibt sich dabei aus den in Tabelle 6.1 genannten Randbedingungen und ist entlang der gestrichelten Linie in Bild 6.2 ausgewertet. In dem unteren Teil der Abbildung 6.3 wird die Längenmaßverteilung gezeigt, wobei zu beachten ist, daß die im Experiment verwendete Formel für das aus der ersten Schwankungskomponente bestimmte Längenmaß  $L_{u'}$  nach Hancock [40]

$$L_{u'} = - \frac{\left( \overline{u'^2} \right)^{\frac{3}{2}}}{u \overline{du'^2/dx}} \quad (6.1)$$

unter Beachtung der Gleichungen (3.13), (3.31) und (3.33) über

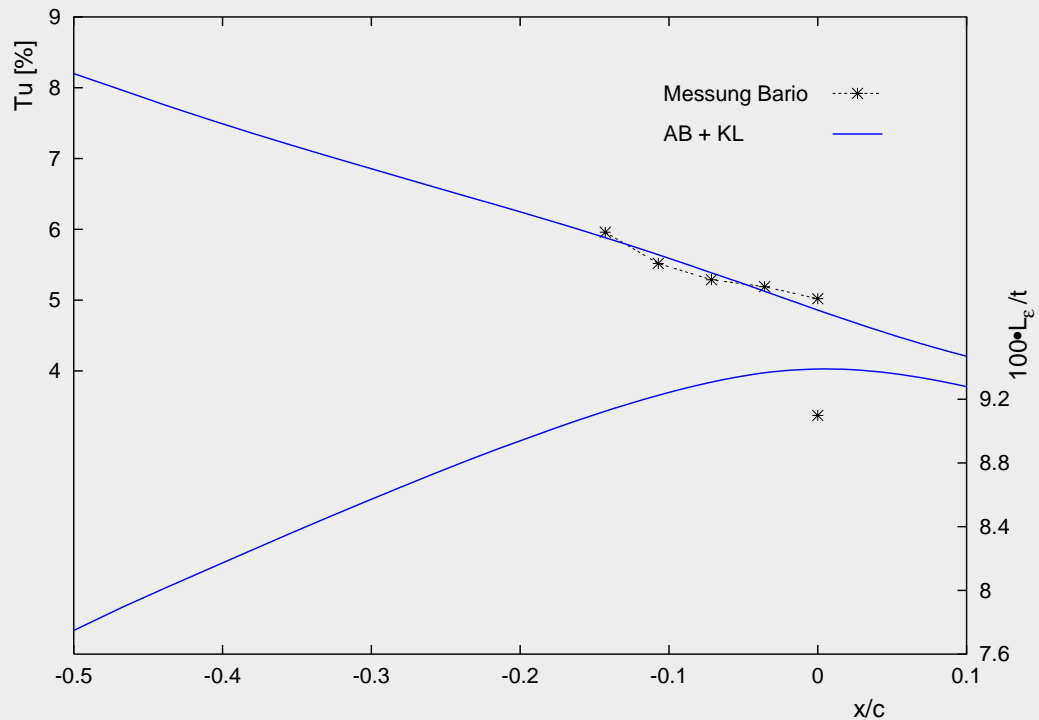


Abb. 6.3: Verlauf des Turbulenzgrades und des Längenmaßes in der Zuströmung  
Distribution of turbulence intensity and length scale in the inlet region

$$L = \sqrt{\frac{3}{2}} L_{u'} \quad (6.2)$$

in Beziehung steht mit dem in Abbildung 6.3 verwendeten Längenmaß  $L$ . Das sich in der Rechnung am Punkt  $A$  einstellende Längenmaß ist etwas größer als das aus der Messung ermittelte; ein kleineres Längenmaß hätte jedoch einen stärkeren Abfall des Turbulenzgrades als in Bild 6.3 gezeigt zur Folge gehabt, so daß hier ein Kompromiß zu treffen war.

Eintritts-Randbed.	KV	Modelle	Seite	NI( $\delta$ )	NJ( $\delta$ )	$y_{\min}^+$
$U_0 = 6.26 \text{ m/s}$	41210	AB + KL	SS	223	60	0.22
$k_0 = 0.41 \text{ m}^2/\text{s}^2$						
$\epsilon_0 = 3.9 \text{ m}^2/\text{s}^3$		CHC + KL	DS	140	52	0.15
$\rho = 1.19 \text{ kg/m}^3$						
$\eta = 1.8 \cdot 10^{-5} \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$						

Tab. 6.1: Spezifikation des F2 Testfalls  
Specification of the F2 test case

## 6.3 Simulationsergebnisse und Vergleich

Die Berechnungen werden mit den beiden low-Reynolds Turbulenzmodellen nach Abid [2] und Chang et al. [13] durchgeführt, wobei in beiden Fällen aufgrund der in den vorangegangenen Kapiteln gewonnenen Erkenntnisse die Modifikation des Produktionsterms nach Kato und Launder [53] zur Reduktion der Produktionsrate turbulenter kinetischer Energie in Staupunktnähe eingesetzt wird. Ein erster Vergleich zwischen Messung und Rechnung soll anhand der ermittelten Geschwindigkeit in der Abströmung vorgenommen werden: sie beträgt in der Messung 14,03 m/s bei einem Austrittswinkel von  $63^{\circ}30'$ . Die Rechnung liefert im über die Flächen der Zellen gewichteten Mittel über den Austrittsquerschnitt praktisch identische Werte, wobei sich auch die beiden Modelle in ihren Ergebnissen kaum unterscheiden.

Austritt	$U [\frac{m}{s}]$	$\alpha [^{\circ}]$
Messung	14.03	63.5
AB+KL	14.13	63.7
CHC+KL	14.11	63.66

Zusätzlich auf dem Profil angebrachte Druckbohrungen ermöglichen den Vergleich des berechneten mit dem gemessenen Druckverlauf, anhand des Druckbeiwerts  $C_p$  dargestellt in Abbildung 6.4. Es handelt sich um ein "aft-loaded" ausgelegtes Profil mit einem Druckverlauf ähnlich dem an der ebenen Platte mit Gegenkontur in Kapitel 4.3 realisierten (S. 62).

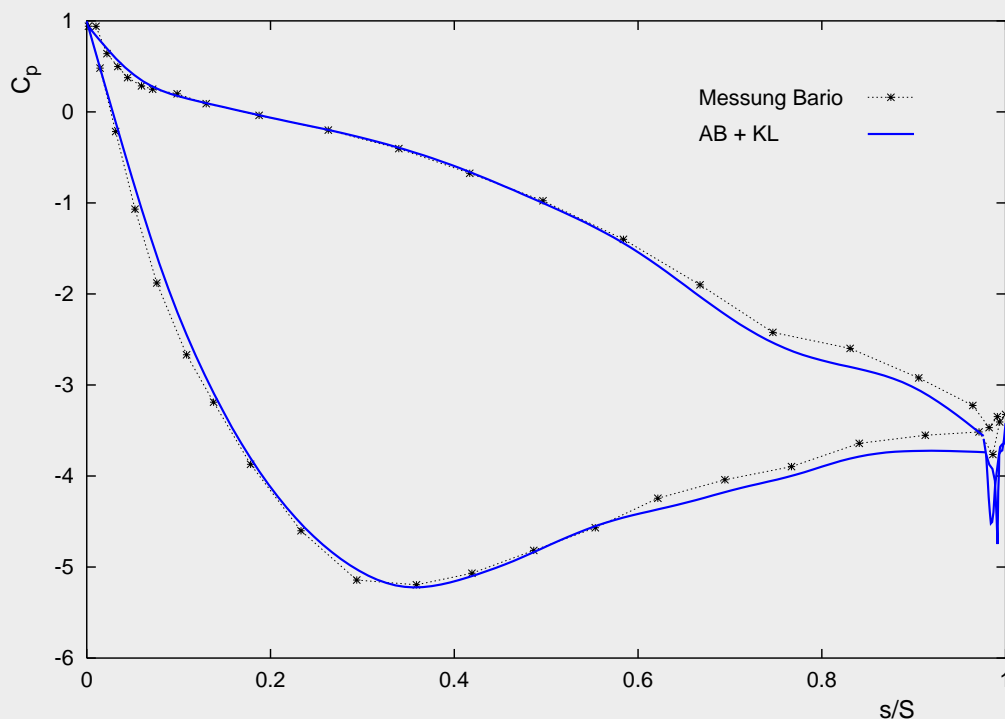
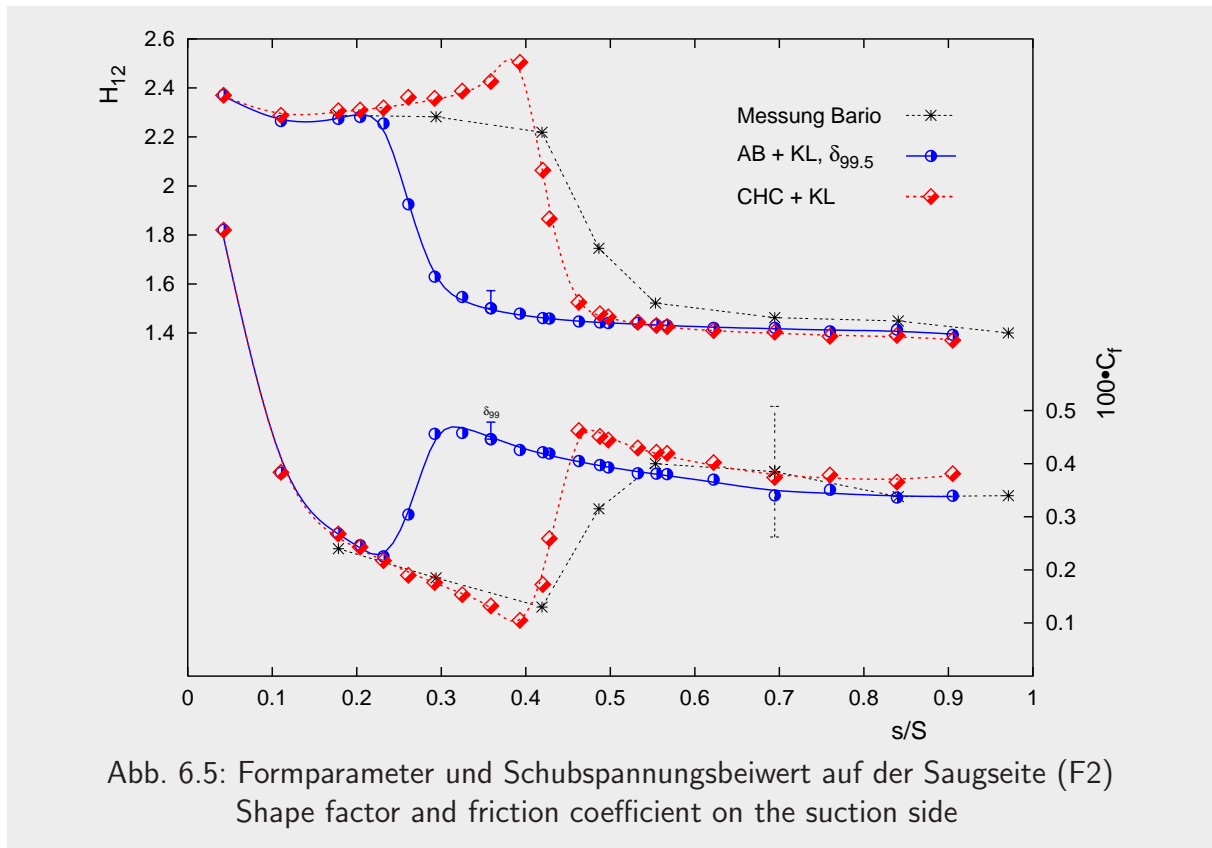


Abb. 6.4: Verlauf des Druckbeiwertes am Profil F2  
Pressure coefficient around profile F2



### 6.3.1 Saugseite

Die beiden Größen Formparameter  $H_{12}$  und Schubspannungsbeiwert  $C_f$  zur Charakterisierung des Grenzschichtzustandes auf der Saugseite sind in Abbildung 6.5 im Vergleich zur Messung dargestellt. Zwischen etwa 42 % und 56 % der bezogenen Lauflänge liegt in der Messung die Transition, charakterisiert durch den Abfall des Formparameters und den Anstieg des Wandschubs. Auch wenn nur drei Meßpunkte im Transitionsgebiet liegen, die nicht unbedingt die auftretende Lage von Minimum und Maximum erfaßt haben müssen, so läßt sich dennoch im Vergleich ableiten, daß das Modell AB+KL den Umschlag zu früh beschreibt. Das Modell CHC+KL legt den Einsatzort der Transition auf die richtige Lauflänge, zeigt jedoch durch den Anstieg des Formparameters eine höhere Tendenz zur Ablösung, der der abrupt einsetzende Umschlag zuvorkommt.

Für den turbulenten Bereich gibt Bario [5] einen Toleranzbereich an, der auch in Bild 6.5 enthalten ist. Der Autor führt diese recht große Spanne auf Unsicherheiten bei der Bestimmung der Wandschubspannung unter Zuhilfenahme des logarithmischen Wandgesetzes zurück. In der Tat wird dies an der Darstellung der noch folgenden Geschwindigkeitsprofile deutlich. Ein bei der Messung realisierter minimaler Wandabstand von  $y^+ = 10$  liegt schon deutlich außerhalb der viskosen Unterschicht, in der ein linearer Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und Wandabstand besteht, aus dem die Wandschubspannung einfach zu bestimmen wäre.

In der Rechnung besteht diese Unsicherheit nicht, da die Wandabstände der wandnächsten Zellen um zwei Größenordnungen kleiner sind; hier begründet sich der in Bild 6.5 eingezeichnete Toleranzbereich in der Bestimmung des Ortes der Grenzschichtdicke  $\delta$ , innerhalb der die Integration (3.37) für den Formparameter  $H_{12}$  durchgeführt wird, und an deren Rand die Geschwindigkeit  $u_\infty$  für  $C_f$  entnommen wird. Beispielhaft ist in dem Toleranzband eine Bestimmung der Grenzschichtdicke nach 99 % und 99,5 % der Maximalgeschwindigkeit  $u_{\max}(s)$  dargestellt. Diese Unsicherheit besteht aber in der Messung genauso wie in der Rechnung.

Eine Gegenüberstellung der dimensionslosen Geschwindigkeitsprofile in den Abbildungen 6.6 bis 6.8 bestätigt die gute rechnerische Wiedergabe der Profile im Fall des Modells CHC+KL in der prätransitionalen Grenzschicht bei den ersten drei mit den Meßpositionen übereinstimmenden Lauflängen. Die dann einsetzende Transition wird von dem Modell CHC+KL schneller abgeschlossen als dies in der Messung der Fall ist. Die vollturbulenten Profile bei großen Lauflängen stimmen wieder überein. Das Geschehen ist bei dem Modell AB+KL im Prinzip gleich, aber verschoben zu kleineren Lauflängen und entsprechend früherem Umschlagsbeginn (Bild 6.6). Bei kleinen Wandabständen – gezeigt werden die Verläufe ab  $y^+ = 1$  – liefert die Rechnung das lineare Geschwindigkeitsprofil  $u^+ = y^+$ . Dagegen hat die Lasermessung mit dem notwendigen endlichen Meßvolumen bei geringer Geschwindigkeit und damit Partikeldichte sehr nahe der Wand Schwierigkeiten, diese Verteilung abzubilden. Hieraus resultiert auch die Schwierigkeit der meßtechnischen Bestimmung des Wandschubs.

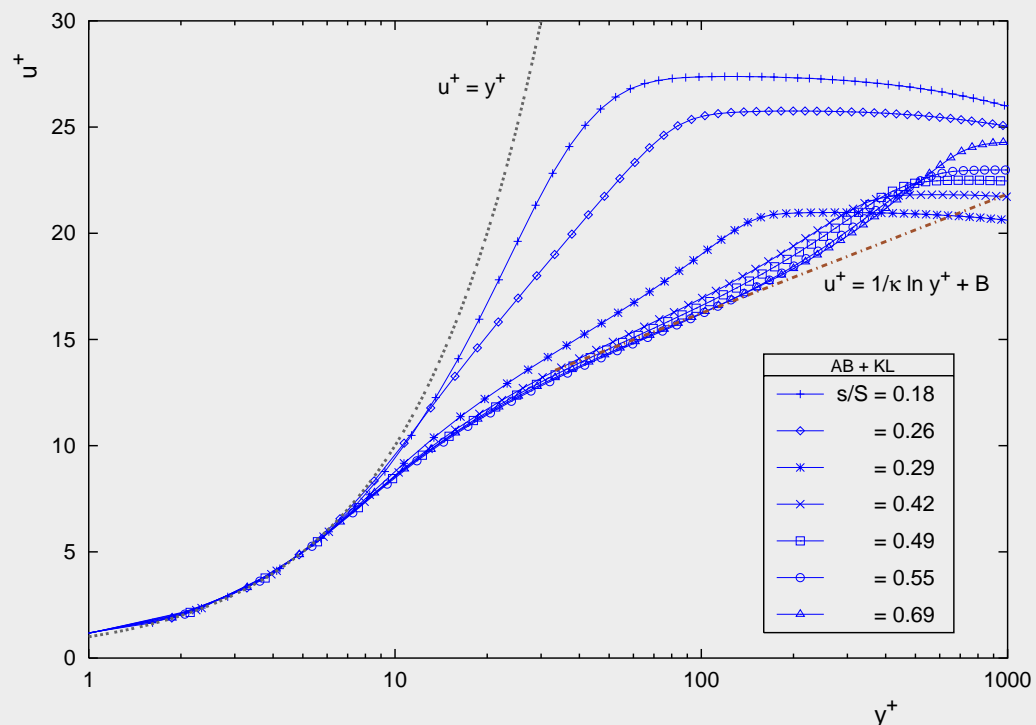
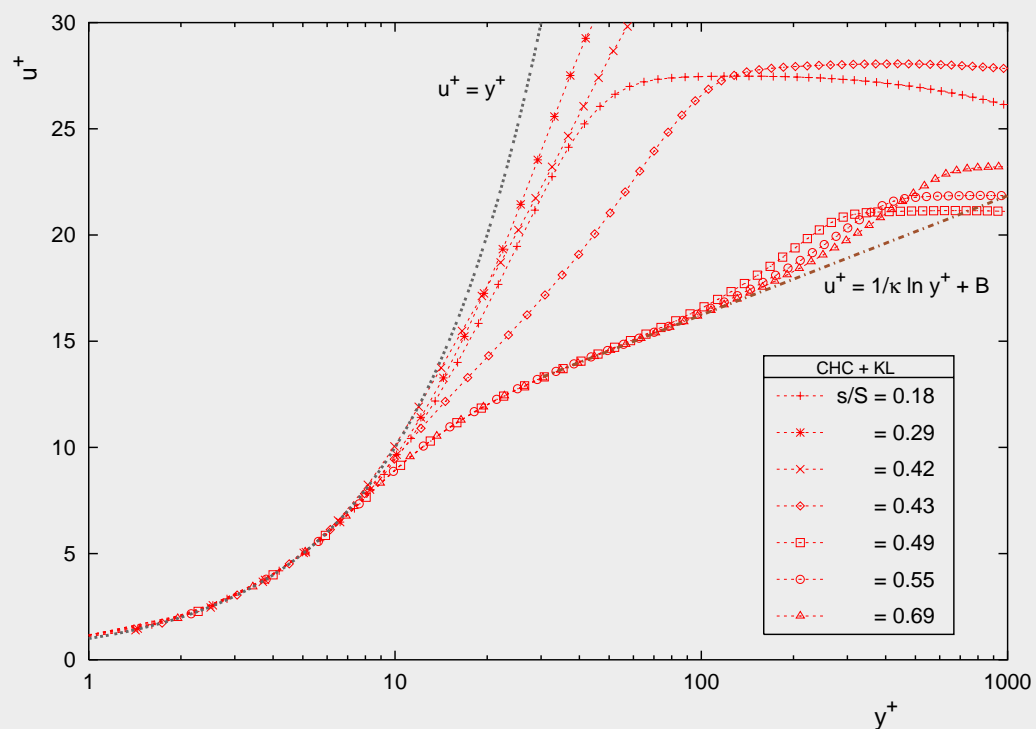
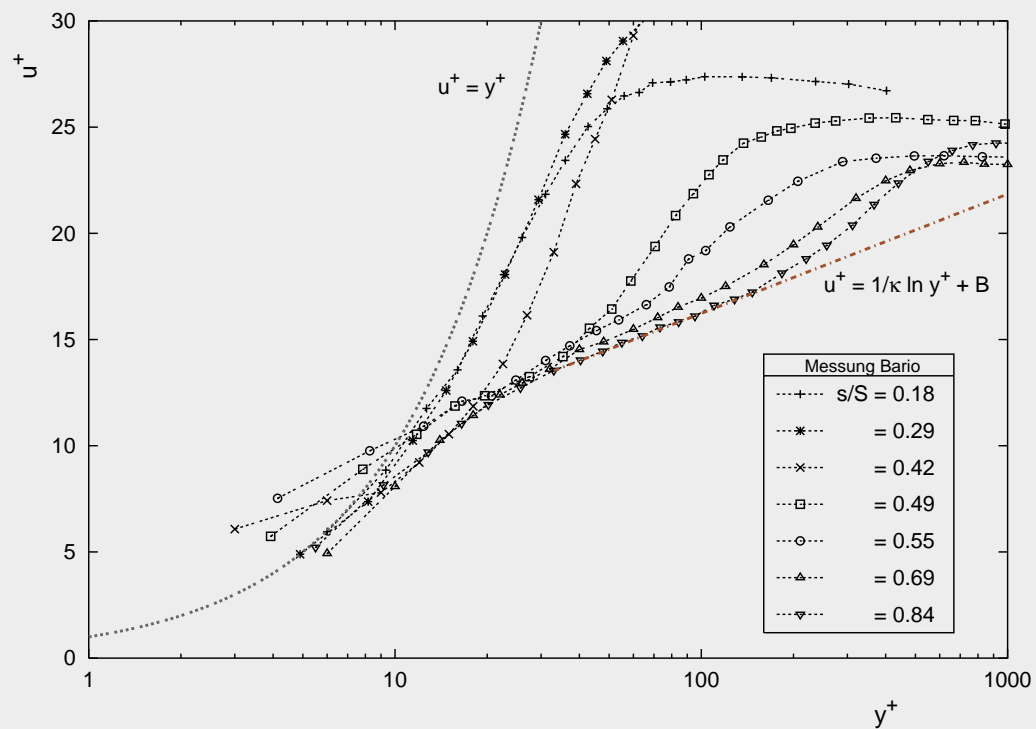
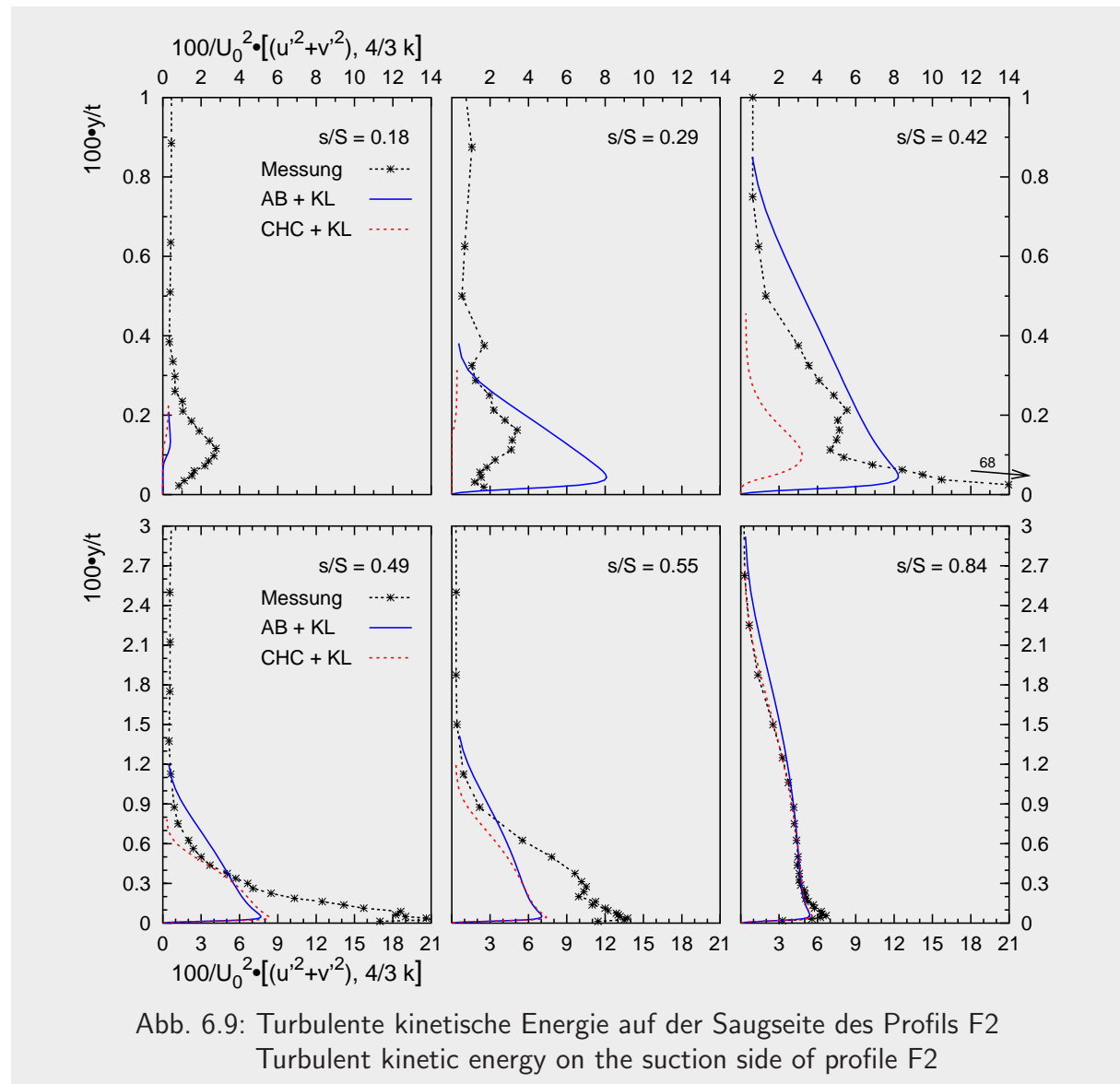
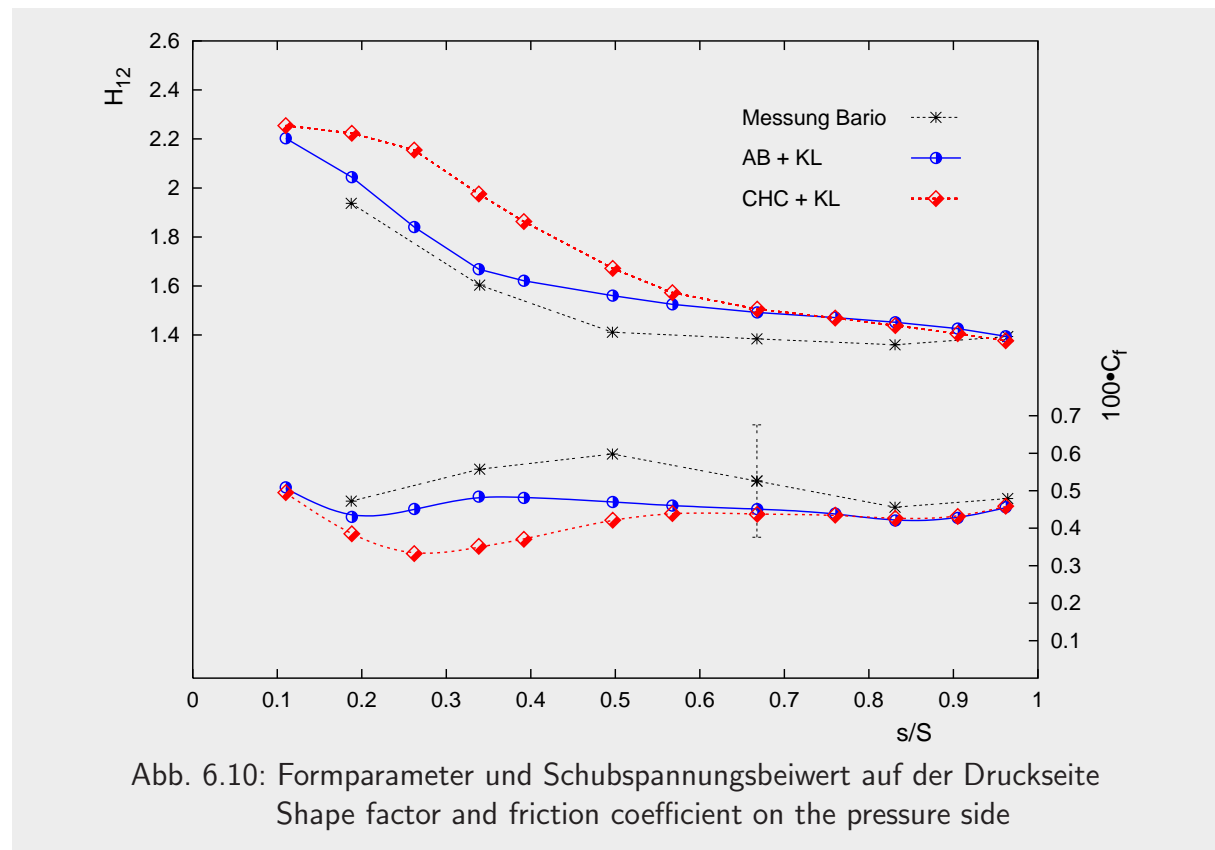


Abb. 6.6: Geschwindigkeitsprofile auf der Saugseite, Modell AB+KL  
Calculated velocity profiles on the suction side





Den Vergleich der bezogenen turbulenten kinetischen Energie mit den beiden gemessenen Schwankungskomponenten zeigt Abbildung 6.9. Da die Anisotropie der Turbulenz innerhalb der Grenzschicht in Lauf- und Querrichtung stark variiert und in der Messung die dritte Komponente  $w'$  nicht ermittelt wurde, ist ein genauer quantitativer Vergleich der Meßdaten  $(u'^2 + v'^2)$  mit der turbulenten kinetischen Energie  $4/3k$  nicht möglich. Es kann aber eine Tendenz herausgelesen werden: wie auch am Testfall der ebenen Platte ohne Druckgradient, wo alle drei Schwankungsgeschwindigkeiten vorliegen, wird auch hier die Intensität der Schwankungen in der prätransitionalen Grenzschicht der Rechnung mit den beiden low-Reynolds Modellen deutlich zu klein beschrieben. Der starke Anstieg der Schwankungen im Transitionsgebiet selbst wird ebenfalls nicht nachvollzogen und erst in der turbulenten Grenzschicht ( $s/S = 0,84$ ) stimmt das Niveau überein.



### 6.3.2 Druckseite

Ist auf der Saugseite das Modell CHC+KL dasjenige, welches den Einsatz der Transition an der richtigen Stelle bestimmt, so kommt die Transitionslage auf der Druckseite etwas weiter stromab als in der Messung zu liegen. Hier liefert das Modell AB+KL die bessere Übereinstimmung mit der Messung. Die Strömung ist dabei von der ersten Meßposition  $s/S=0,19$  an transitional, was sich in dem gegenüber laminaren Werten reduzierten Formparameter  $H_{12}$  und angehobenen Werten des Schubspannungsbeiwerts ausdrückt. Aufgrund des negativen Druckgradienten verlängert sich das Umschlagsgebiet deutlich gegenüber der Saugseite. Während die Messung mit einem Formparameter  $H_{12} \approx 1,4$  ab etwa 50 % Lauflänge aber schon die turbulente Strömung anzeigt, fällt es den beiden low-Reynolds Modellen AB und CHC schwerer, den Umschlag zu beenden. Dies äußert sich in dem stetigen Abfall des Formparameters bis zur Hinterkante und in der Tatsache, daß das Maximum in der Verteilung von  $C_f$  bei 50 % Lauflänge nicht erreicht wird.

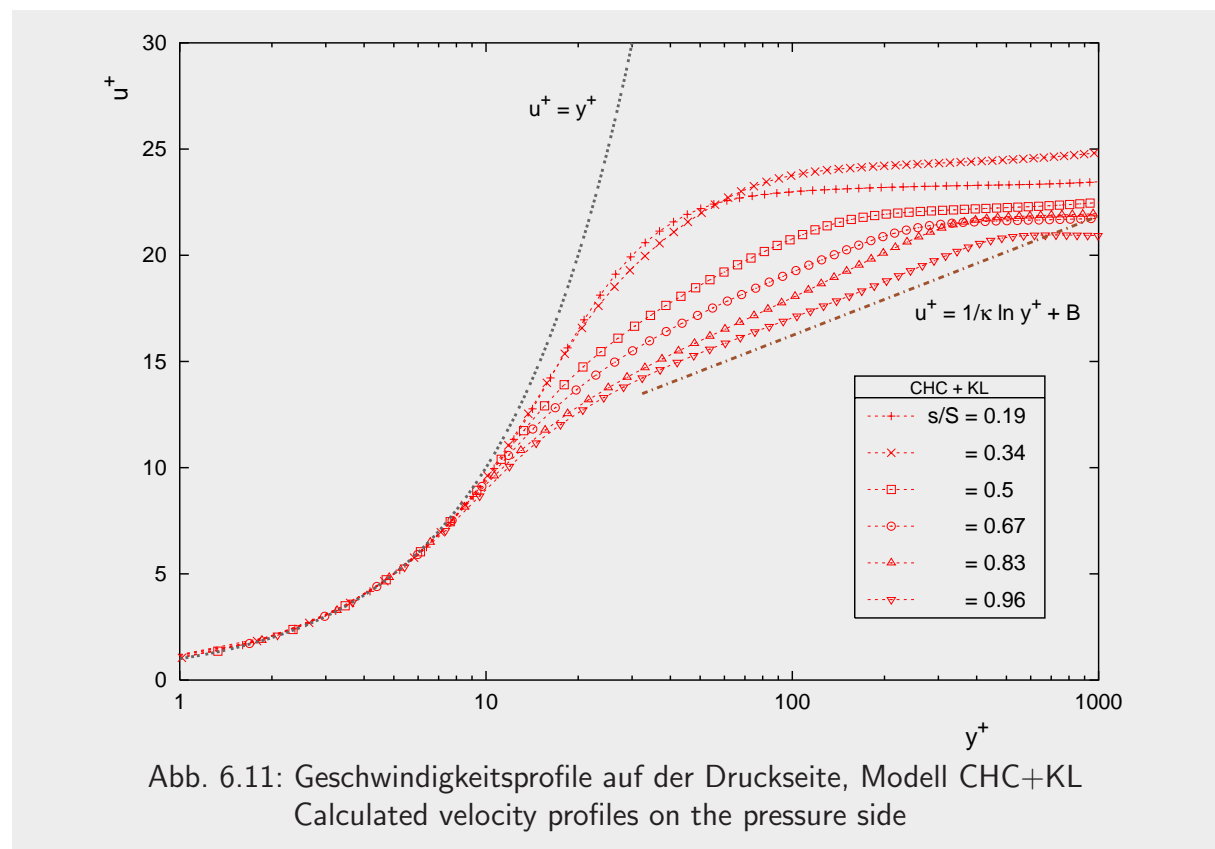
Die Geschwindigkeitsprofile bestätigen dies: während sich das gemessene Profil schon am dritten Meßpunkt an die logarithmische Gerade anlegt (Abbildung 6.12), brauchen das AB+KL Modell (Bild 6.13) und mehr noch das Modell CHC+KL (Bild 6.11) dazu bis zur Hinterkante.

Es liegt somit der Fall vor, daß die Transitionslage mit einem Modell und der KL-Modifikation nicht auf beiden Profelseiten gleich gut bestimmt werden kann. Hier stellt sich die Frage nach



der Allgemeingültigkeit der Modifikation nach Kato und Launder. Diese ist für Staupunktströmungen vorgeschlagen und bewirkt, wie gezeigt, in solchen eine deutliche Verbesserung des Produktionsterms. Sie ist aber natürlich in ihrer Implementierung nicht auf den Staupunktbereich beschränkt, sondern kommt im gesamten Rechengebiet mit unterschiedlichen Auswirkungen zur Anwendung (vgl. Kapitel 4.4). Es ist aber fraglich, ob dieser Einfluß auch überall als gleich positiv zu bewerten ist, denn die gezeigten Ergebnisse legen die Vermutung nahe, daß die Modelle AB und CHC in Verbindung mit der Modifikation nach Kato und Launder auf Druckseiten von Profilen eine Relaminarisierung schon bei kleineren Beschleunigungsparametern  $K$  als bei dem allgemein als gültig betrachteten Wert von  $K = 3 \cdot 10^{-6}$  erzielen würden. Eine mögliche Erklärung ist, daß die aufgrund der hohen Beschleunigung entstehenden Normalspannungen zu einer Produktionsrate turbulenter kinetischer Energie führen, die mit der Kato-Launder Modifikation ähnlich wie in Staupunktnähe reduziert werden und diese hier einen zu stark dämpfenden Einfluß hat. Diese These wird gestützt durch die in Bild 6.14 dargestellten Energien der Schwankungsgeschwindigkeiten, die in der Rechnung über den gesamten Bereich der beschleunigten Strömung entlang der Druckseite ein geringeres Niveau aufweisen als die Messung und selbst am letzten Meßpunkt im Bereich der nun auch in der Rechnung turbulenten Strömung zu klein bestimmt werden.

Eine weiterführende Untersuchung an Profilen mit höheren Beschleunigungen und dadurch relaminarisierenden Strömungen mit den genannten Modellen AB+KL und CHC+KL wäre hier sinnvoll.



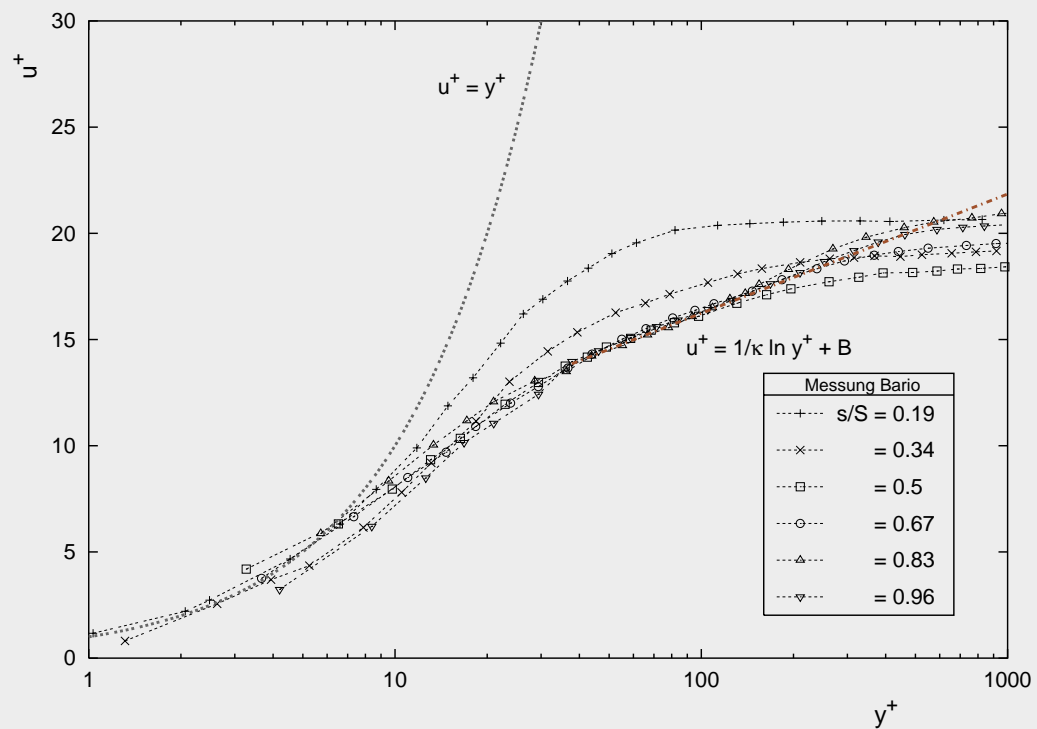


Abb. 6.12: Gemessene Geschwindigkeitsprofile auf der Druckseite  
Measured velocity profiles on the pressure side

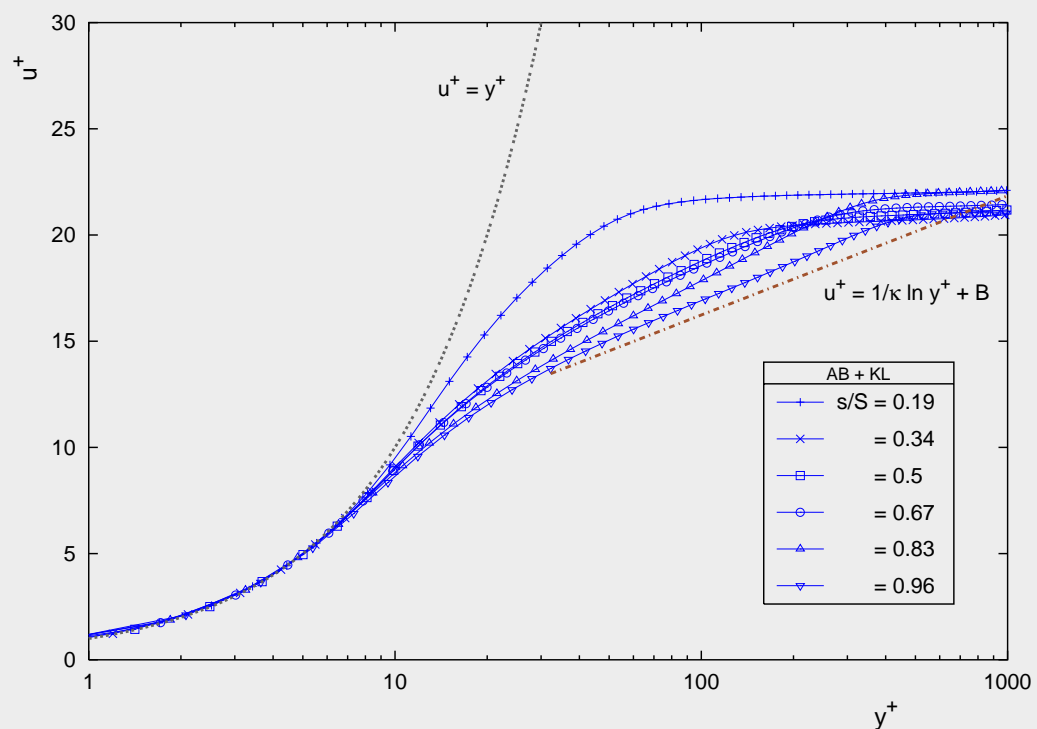


Abb. 6.13: Geschwindigkeitsprofile auf der Druckseite, Modell AB+KL  
Calculated velocity profiles on the pressure side

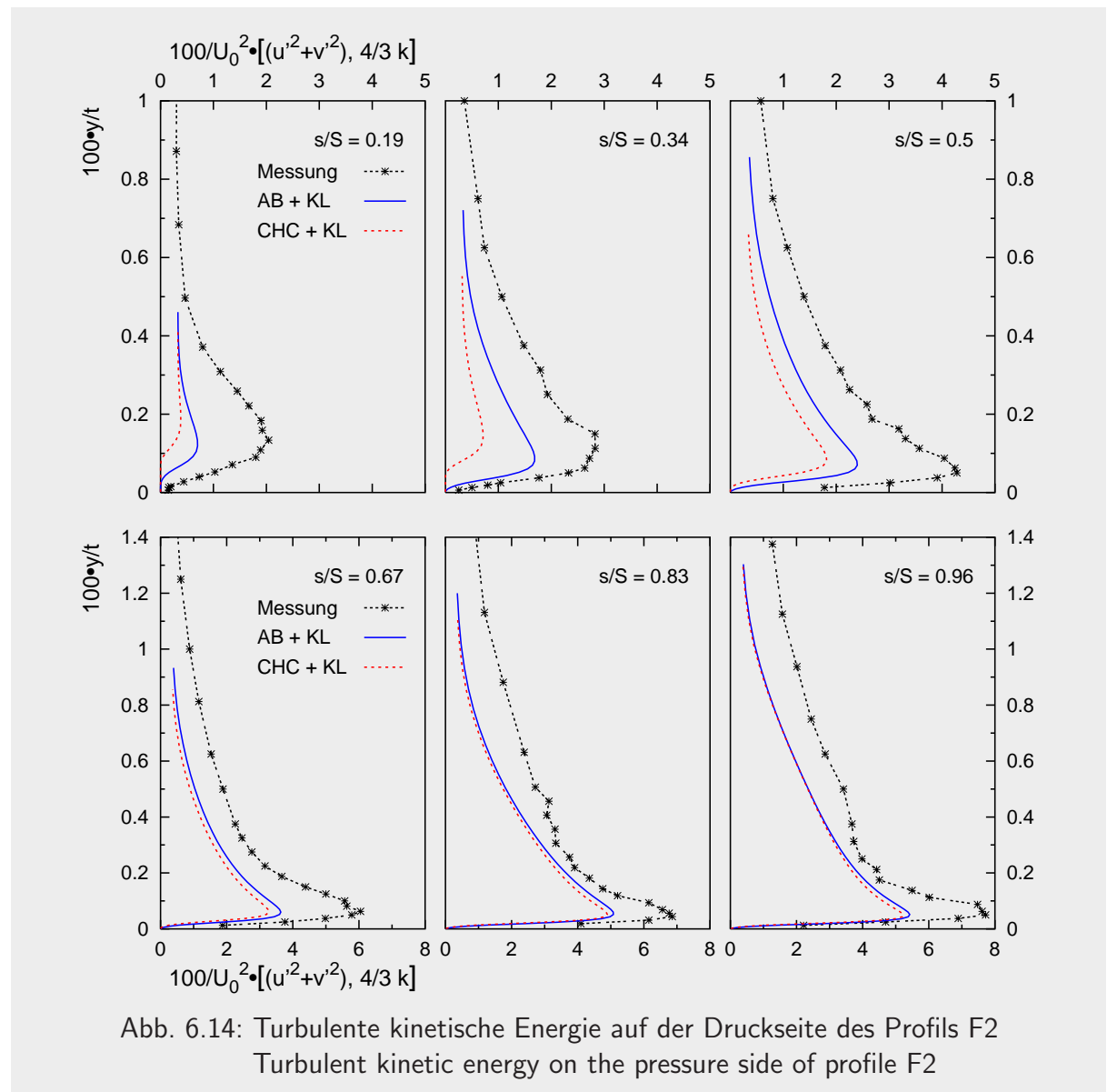


Abb. 6.14: Turbulente kinetische Energie auf der Druckseite des Profils F2  
Turbulent kinetic energy on the pressure side of profile F2

## 7 Zusammenfassung und Ausblick

### Experimente

In der vorliegenden Arbeit wurden Meßdaten zum Vergleich mit eigenen numerischen Ergebnissen herangezogen. Diese Daten stammen mit Ausnahme der Testfälle der ebenen Platte mit C4 Vorderkante und der nachlaufinduzierten Transition an den NACA-Profilen aus Arbeiten, die im Rahmen der ERCOFTAC geleistet wurden. Diese Organisation verfolgt u.a. das Ziel der europaweiten Koordination der Erzeugung qualitativ hochwertiger Meßergebnisse auch unter den neuen Ansprüchen, die die Numerik an den Versuch stellt. Sie leistet damit einen wichtigen Beitrag zur Integration zwischen dem Experiment und modernen numerischen Verfahren. Da im Rahmen der im Folgenden zusammengefaßten Arbeit vielfältige Erfahrungen mit diesen Meßdaten gesammelt wurden, sei hier im Ausblick die Wunschliste eines Numerikers an den Experimentator aufgezählt, die nicht immer oder in allen Punkten von den verwendeten Datensätzen erfüllt wurde. Sie erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit, sondern ist erstellt vor dem Hintergrund der Untersuchungen zur Transition, einem auf kleine Parametervariationen sensibel reagierenden Phänomen.

- Eintrittsgrößen wie Geschwindigkeiten, deren Schwankungen, der Druck oder die Temperatur sollten in ihrer Verteilung über dem gesamten Eintrittsquerschnitt bekannt sein. Die Lage des Eintritts sollte so gewählt werden, daß Rückwirkungen des zu untersuchenden Testkörpers entweder vernachlässigbar oder aber vermessen sind.
- Der Austritt aus einer Meßstrecke sollte rückwirkungsfrei in ausgeglichener Strömung und nicht direkt hinter dem untersuchten Objekt in die Umgebung erfolgen. Kurz hinter einem Versuchskörper angebrachte Gagen und schrägangelte Platten sind schwierig zu modellieren. Der Numeriker verwendet hier gerne Nullgradientenbedingungen, die der Realität entsprechen müssen.
- Die Daten des gewählten Betriebspunktes, aus denen sich die Stoffwerte Dichte und Viskosität ableiten lassen, sollten genannt werden.
- Die Entwicklung der Turbulenz im Zuströmbereich in idealerweise unbeschleunigter Strömung sollte vermessen werden. Besonders hilfreich sind daraus abgeleitete Gesetze wie beispielsweise die von Roach und Brierley [82], welche die Entwicklung des Turbulenzgrades in Laufrichtung und in Abhängigkeit vom gewählten Windkanalsieb in unbeschleunigter Strömung beschreiben. Hieraus lassen sich mit Hilfe vereinfachter Gleichungen an beliebiger Stelle des vom Numeriker gewählten Eintrittsrandes die Randbedingungen bestimmen.

- Wandferne Größen außerhalb der Grenzschicht sollten in geometrisch eindeutig definierten Ebenen ermittelt werden, also nicht nur am geometrisch unbestimmten Grenzschicht-rand, sondern beispielsweise in Kanalmitte. Auch hier ist neben den Geschwindigkeiten der Verlauf des Turbulenzgrades wichtig.
- Wo eine Anisotropie der Turbulenz vorliegt, ist die Erfassung möglichst aller drei Schwan-kungskomponenten wünschenswert. Dies gilt für die Zuströmung, für Nachläufe und auch für die Grenzschicht.
- Innerhalb der Grenzschicht sollten Geschwindigkeiten und ihr Schwankungsanteil in den drei Komponenten möglichst nahe an der Wand gemessen werden. Eine sicher immer noch herausfordernde Aufgabe ist die genaue meßtechnische Bestimmung der Wand-schubspannung in transitionalen Strömungen.
- Da Vorgänge in Turbomaschinen immer periodisch instationär sind, werden solche in-stationären Datensätze zunehmend für Vergleiche mit zeitabhängigen Rechnungen in-teressant.
- Zum Nutzen der schnellen Verfügbarkeit wäre es hilfreich, diese Daten zusammen mit den geometrischen Informationen in elektronischer und dokumentierter Form über das WWW abrufbar zu haben.

## Numerik

Die Beschreibung von transitionalen Strömungen mit Hilfe von low-Reynolds Modellen im Hinblick auf Turbomaschinenanwendungen stellt einige Anforderungen an die Numerik, die von den derzeitigen Versionen der beiden eingesetzten Programme FASTEST 2D und FLUENT unterschiedlich zufriedenstellend erfüllt wurden.

- Für die verzerrungsarme Vernetzung von aerodynamischen Strömungsprofilen ist die Wahl von C-H Netzkombinationen sinnvoll. Dies erfordert die Möglichkeit der Verwen-dung einer freien Blocktopologie.
- Da zur Minimierung des Rechenaufwandes selten das ganze Schaufelgitter berechnet werden kann, sind periodische Randbedingungen notwendig.
- Lokal begrenzte Phänomene wie eine Ablöseblase sollten mit hierarchisch strukturierten Gittern lokal verfeinert werden können.
- Die Verwendung von low-Reynolds Modellen erfordert stark verdichtete Rechenetze und damit einen erhöhten Speicher- und Rechenaufwand. Um diesen Aufwand nur dort treiben zu müssen, wo der Einsatz dieser Modelle auch wirklich nutzbringend ist, wäre eine Kombination verschiedener Wandbehandlungen an verschiedenen Wänden sinnvoll. Denkbar wäre hier der Einsatz des Standard  $k-\epsilon$  Modells mit der Wandfunktion in weniger wichtigen Bereichen gekoppelt mit einer low-Reynolds Behandlung an interessierenden Wänden.

- Der höhere numerische Aufwand der low-Reynolds Modelle liegt nicht nur in der höheren notwendigen Zellenanzahl gegenüber der Verwendung von Wandfunktionen begründet. Vielmehr führen die anisotropen Gitter mit hohem Längen- zu Seitenverhältnis in Wandnähe zu einer langsameren Konvergenz und das Auflösen der dort steilen Gradienten insbesondere der Dissipationsrate zu numerisch steifen Systemen. In dieser Arbeit wurde etwa die zehn- bis fünfzigfache Anzahl an Iterationen gegenüber einer turbulenten Lösung mit Wandfunktion zum Erreichen der konvergierten Lösung benötigt. Mehrgitterverfahren, die in der Berechnung laminarer Strömungen Konvergenzbeschleunigungen um mehrere Größenordnungen bewirken, wären eine sinnvolle Alternative. Jedoch haben sich auch hier die Aussagen von Schäfer [107] bestätigt, nach denen das nichtlineare Mehrgitterverfahren in Verbindung mit den low-Reynolds Modellen schwerwiegende Konvergenzprobleme hat, die mit zunehmender Gitterfeinheit steigen. Das Mehrgitterverfahren konnte daher nicht eingesetzt werden. Hier liegt noch Potential zur Verbesserung des numerischen Verfahrens (siehe auch Gerlinger und Brüggemann [31]).

## Ergebnisse

Die vorliegende Arbeit setzte sich zum Ziel, den laminar-turbulenten Umschlag unter Turbomaschinenbedingungen mit Hilfe von erweiterten Zweigleichungsturbulenzmodellen zu simulieren. Dazu wurden die vier low-Reynolds Modelle von Lam und Bremhorst [57], von Abid [2], Chang et al. [13] und weiterhin das Modell von Biswas und Fukuyama [8] zusätzlich zu dem vorhandenen Modell von Chien [18] in das Navier-Stokes Programm FASTEST implementiert. Viele der in Turbomaschinen vorliegenden Bedingungen mit einem Einfluß auf die Transition wurden separiert und an ausgewählten Testfällen vergleichend mit Messungen untersucht.

Der Einfluß der beiden wichtigsten Parameter, des Turbulenzgrades und der Reynoldszahl, wurde an der ebenen Plattenströmung evaluiert. Die Beeinflussung des Transitionsbeginns wird von den beiden neueren, erstmalig umfassend auf die Untersuchung transistionaler Strömungen angewendeten Modellen von Abid und Chang et al. korrekt beschrieben. Auch den zusätzlichen Einfluß eines für eine Turbinenschaufel repräsentativen Druckgradienten erfassen diese beiden Modelle. Die Ausdehnung des Umschlagsgebiets wird aber immer zu gering berechnet. Das Modell von Biswas und Fukuyama liefert dagegen durchgehend einen deutlich zu späten Einsatzort der Transition, während die beiden älteren Modelle von Lam und Bremhorst und Chien diesen zu früh bestimmen.

Das Modell von Chien beschreibt den charakteristischen Verlauf der Wandschubspannung am schlechtesten. Hier bestätigt sich die schlechte Eignung einer vom Wandabstand abhängigen Formulierung der Dämpfungsfunktion  $f_\mu$  zur Beschreibung der Transitionslage in Grenzschichten. Die Formulierung dieser Funktion über exponentielle Funktionen der turbulenten Reynoldszahlen wie in den Modellen von Abid und Chang et al. führt zu einer besseren Berechnung des Umschlagsorts aber auch zu Unstetigkeiten von  $f_\mu$  in der prätransitionalen Grenzschicht, insbesondere bei kleinen Außenturbulenzgraden. Dabei liegt das Problem nicht so sehr in der dort falschen Beschreibung der Energie der Schwankungskomponenten in ihrem Verlauf und zu geringem Niveau, denn die Schwankungen sollten bei korrekter Wiedergabe der Geschwindigkeitsprofile und des Schubspannungsbeiwerts bei der Auslegung von Profilen

von untergeordnetem Interesse sein. Vielmehr haben die Gebiete, in denen diese Unstetigkeiten auftreten, bei kleineren Turbulenzgraden je nach Gitterfeinheit eine unterschiedliche Ausdehnung und bewirken eine stärkere modellbedingte Gitterabhängigkeit, die sich auf den numerischen Iterationsprozeß ungünstig auswirken. Eine lange prätransitoriale Grenzschicht, wie sie an einigen Testfällen der ebenen Platte mit Druckgradient auftritt, führt infolgedessen zu einer deutlich herabgesetzten Konvergenzgeschwindigkeit der low-Reynolds Modelle.

Mit der erstmaligen Anwendung der laminaren kinetischen Energie nach Mayle und Schulz [70] in einem Navier-Stokes Programm wird die kinetische Energie der wichtigsten ersten Komponente der Schwankungsgeschwindigkeit in der prätransitionalen Grenzschicht deutlich besser beschrieben. In der sie erfolgreich beschreibenden Gleichung wird als einziger Produktionsterm die Arbeit der fluktuierenden Druckkräfte modelliert. Der den low-Reynolds Modellen zugrundeliegende Ansatz der zusammengekommenen Modellierung der Dämpfungsfunktion  $f_\mu$  über den Einfluß der molekularen Viskosität und der Arbeit der fluktuierenden Druckkräfte in der noch laminaren Grenzschicht beschreibt aber offensichtlich die Physik nicht richtig und führt zu den oben genannten Problemen. Hier liegt noch Potential für Modellverbesserungen.

Den für Turbomaschinen relevanten Einfluß der Vorderkantenform untersuchten die folgenden Kapitel. Hier zeigte sich in Form zu großer Produktion turbulenter kinetischer Energie in Staupunktnähe die bekannte Schwäche des  $k$ - $\epsilon$  Modells, welche eine deutliche Stromaufverschiebung des Umschlags bewirkt. Abhilfe schafft die Modifikation des Produktionsterms der beiden Gleichungen für die turbulenten Größen  $k$  und  $\epsilon$  nach Kato und Launder [53], mit welcher die Lage des Umschlags korrekt beschrieben werden kann.

Auch der Umschlag in einer abgelösten Scherschicht mit turbulentem Wiederanlegen kann mit den so modifizierten low-Reynolds Modellen von Abid und Chang et al. berechnet werden, wobei die sich ausbildende laminare Ablöseblase in dem behandelten Testfall zu kurz bestimmt wurde. Der Einfluß der Reynoldszahl und des Turbulenzgrades durch Variation des Abstands zweier NACA-Profile auf die nachlaufinduzierte Transitionslage an dem stromab angeordneten Profil wurde von den beiden low-Reynolds Modellen von Abid und Chang et al. gut erfaßt. Allerdings wurde das sich im ersten Nachlauf einstellende Geschwindigkeitsdefizit bei dem geringen Abstand der beiden Profile zu groß bestimmt, worin sich offensichtlich eine weitere Schwäche von Zweigleichungsturbulenzmodellen zeigt.

In der abschließend untersuchten transitionalen Umströmung einer Gasturbinenschaufel konnte das wandnahe Geschehen einschließlich der Transition von den low-Reynolds Modellen von Abid und Chang et al. wiederum deutlich besser beschrieben werden als es mit einer vollturbulenten Rechnung möglich wäre. Dies umfaßt die abrupte Transition auf der Saugseite und das langgestreckte Umschlagsgebiet auf der Druckseite. Die Tendenz, auf der Druckseite ein zu geringes Niveau der Schwankungsgeschwindigkeiten anzuzeigen und infolgedessen den Umschlag zu langsam zu vollziehen, läßt Zweifel an der Gültigkeit der Kato-Launder Modifikation in stark beschleunigter Strömung aufkommen. Ursprünglich nur für Staupunktströmungen vorgeschlagen, stellt sich die Verwendung dieser Modifikation im Rahmen der linearen Zweigleichungsmodelle zur Berechnung von transitionalen Strömungen mit ausgeprägtem Staupunkt ansonsten als alternativlos und notwendig dar. Die Kato-Launder Modifikation kann prinzipiell durch die Anwendung nichtlinearer Wirbelviskositätsmodelle vermieden werden. Deren low-

Reynolds Erweiterungen müssen dazu aber erst auf ihre Anwendbarkeit für die Berechnung transistionaler Strömungen untersucht werden. Ein weiterer noch zu untersuchender Fall ist die rechnerische Behandlung der in Turbomaschinen wichtigen instationären Transitionsformen.

Insgesamt gesehen liefern die beiden neueren Modelle von Abid und Chang et al. die deutlich besseren Ergebnisse als die Modelle von Chien, Lam und Bremhorst oder Biswas und Fukuyama, wobei das Abid Modell in seinen Resultaten noch über dem Modell Chang et al. einzustufen ist. Als Empfehlung kann gegeben werden, daß die Grenzschicht mit etwa fünfzig Kontrollvolumen in Querrichtung bei einem minimalen Wandabstand einer anliegenden Strömung von  $y^+ \approx 0,2$  aufzulösen ist, um erfolgreich Strömungen mit Bypass-Transition zu berechnen.

Der laminar-turbulente Umschlag bleibt eine Herausforderung für das Experiment, die Numerik und die Turbulenzmodellierung trotz der vielen Ansatzpunkte, die die vorliegende Arbeit unter der Verwendung universell einsetzbarer Navier-Stokes Programme zur Strömungsberechnung, aber unter bewußtem Verzicht auf empirische Korrelationen zur Umschlagsbestimmung gibt.



## 8 Summary

### Experiments

This work compared own numerical results with experimental data. With exception of the flat plate test case with C4 leading edge and the case treating wake-induced transition on a NACA airfoil, these datasets originate from experiments coordinated by the ERCOFTAC. Among other things this organization aims at the coordination of high-quality experiments considering new aspects given by the numerical needs. It therefore makes an important contribution to integrate numerical and experimental work. As various experiences with these datasets have been made during the course of this work, a list of data, a person working with numerics would like to obtain from the experimentator shall be given in the following. It is by no means complete but written against the background of investigating transition, a phenomenon reacting to small parameter changes.

- Inlet values of velocity, its fluctuations, of pressure or temperature should be known in its distribution over the whole inlet region. The position of the measurement plane at the inlet should be located far enough upstream to avoid an influence of the test body under investigation.
- The outlet region of the experiment should be positioned in uniform flow avoiding sudden changes. Flaps and gauzes located closely behind the test body under consideration are difficult to model. Often used zero-gradient conditions in the numerics need to be realistic and comparable to the experiment.
- The test conditions, from which scalars such as the density or viscosity can be calculated, need to be given.
- The evolution of turbulence in the inlet region and ideally unaccelerated flow should be measured. Very helpful are decay laws such as those given by Roach and Brierley [82], describing the distribution of turbulence intensity in streamwise direction and non-accelerated flow as a function of the wind tunnel grid used. With such a law, inlet conditions at an arbitrary position chosen by considering the numerical needs, can easily be calculated using simplified equations.
- Variables in the freestream should be measured in geometrically defined planes, thus not only at the geometrically undefined boundary layer edge but also e.g. in the center plane of the test section. Besides the velocities, the distribution of turbulence intensity is here also important.

- Wherever occurring, the anisotropic effects need to be known by measuring the three components of the velocity fluctuations. This is important at inlets, wakes or boundary layers.
- Inside the boundary layer it is necessary to measure velocity and its fluctuation components as close to the wall as possible. A still challenging task seems to be the accurate determination of the wall skin friction in transitional flows.
- Periodic unsteady datasets are getting more and more interesting for comparison with time dependent calculations as flows in turbomachines are always periodically unsteady.
- For the sake of quick availability it would be helpful to upload the documented experimental datasets together with the geometrical information on an up-to-date WWW-server.

## Numerics

The description of transitional flows with low-Reynolds models and with regard to turbomachinery applications makes some great demands on the numerical procedure. These demands have been fulfilled only partially by the versions of FASTEST 2D and FLUENT used within this work.

- For little skewed meshing of aerodynamic profiles, the choice of a C-H mesh combination is useful. This requires the possibility of a free block topology to be used in modelling the flow region.
- Periodic boundary conditions are necessary to minimize the computational costs which usually can not justify the calculation of a whole blade row.
- Hierarchically structured grids should give the opportunity to refine the mesh in locally limited regions such as separation bubbles.
- Low-Reynolds number turbulence models require highly compressed grids and therefore a lot of memory and computational power. To reduce the costs, a combination of different wall treatments in different blocks would be very helpful, thus treating a region of great interest with a low-Reynolds approach while bridging the near wall region with a wall function in other less interesting blocks could fulfil this demand.
- The higher costs of low-Reynold approaches can not only be traced back to the greater number of control volumes needed in comparison with a wall function treatment. It is rather the usage of control volumes with high aspect ratios of their height and length that lead to a slowing-down of convergence, and treating the high gradients especially of the dissipation rate close to the wall makes the systems numerically stiff. In this work the factor of ten to fifty in the amount of necessary iterations to reach a converged solution was applied in comparison with a standard  $k-\epsilon$  model plus wall function approach. Multigrid procedures, accelerating the computation by several orders of magnitude in laminar flows would be a useful alternative. But the nonlinear multigrid procedure in

FASTEST has severe convergence problems when used in combination with low-Reynolds models, problems which become worse with raising grid density. This confirms the result of Schäfer in [107] and the multigrid procedure could not be used. Here, some potential in the improvement of the numerical approach is given (see Gerlinger and Brüggemann [31]).

## Results

The aim of this work was the simulation of bypass transition with the help of extended two-equation models. Four low-Reynolds models, the model of Lam and Bremhorst [57], of Abid [2], Chang et al. [13] and Biswas and Fukuyama [8] have been implemented into FASTEST in addition to the already available model of Chien [18]. Many conditions arising in turbomachinery flows have been separated and compared to measurements.

The influence of the two most important parameters, the turbulence intensity and the Reynolds number, have been evaluated for the flat plate flow. Transition onset is captured well by the two newer models of Abid and Chang et al., which for the first time have been extensively applied to transitional flow investigations. The extent of the transition region is consistently underpredicted though. The additional influence of a pressure gradient representative of a turbine vane is also captured by these two models. The Biswas and Fukuyama model always predicts transition onset too late, whereas the two older models of Lam and Bremhorst as well as Chien predict it too early.

The characteristic distribution of wall shear stress in a transitional boundary layer is predicted worst by the model of Chien. This confirms that the formulation of the damping function  $f_\mu$  in terms of the wall distance is not suited well to describe transitional flow behaviour in boundary layers. The alternative formulation of this function in exponential terms of turbulent Reynolds numbers, as it is done in the models of Abid and Chang et al., allows the better calculation of the transition location. Unfortunately this formulation leads to the problem of a discontinuous distribution of  $f_\mu$  in the pretransitional boundary layer especially in the case of low freestream turbulence levels. The problem arising is not primarily the wrong description of the kinetic energy of velocity fluctuations, as they are of less interest for the designer than the correct profiles of mean velocity and the correct determination of the friction coefficient. But the regions in which this discontinuous distribution occurs depends in its extent on the mesh used when the freestream turbulence level is low. This grid dependency is caused by the model formulation and not due to the numerical error and has an unfavourable influence on the numerical procedure. Especially a long pretransitional boundary layer as occurring in some of the flat plate test cases with pressure gradient, leads to a dramatically reduced convergence velocity of the low-Reynolds models.

The kinetic energy formulation of the important first component of the velocity fluctuation in the pretransitional boundary layer as proposed by Mayle and Schulz [70] has been used within the Navier-Stokes program. Using this approach the fluctuations are described very well by the laminar kinetic energy equation. As the production term in this equation only takes into account the work of the fluctuating pressure forces, it is obvious that the combined modelling of the influence of molecular viscosity and the work of the fluctuating pressure forces in the

way that it is done in the two-equation low-Reynolds models approach, does not describe the physics of the pretransitional boundary layer correctly. This should be considered in future model enhancements.

The influence of the leading edge typical for turbomachinery profiles was investigated in the following chapters. The well known insufficiency of  $k$ - $\epsilon$  type turbulence models, the too high production of turbulent kinetic energy in the stagnation region, leads to an upstream dislocation of the transition. The usage of the modified production term as proposed by Kato and Launder [53], instead of the standard terms in the  $k$  and  $\epsilon$  equation, makes the correct prediction of transition onset possible.

Transition in a separated shear layer under formation of a separation bubble was also successfully calculated with the so modified low-Reynolds number models of Abid and Chang et al., although the length of the bubble was underpredicted. The influence of Reynolds number and turbulence intensity level by the variation of the distance of two NACA airfoils on the wake-induced transition location was also described well by the two models mentioned. The velocity deficit in the first wake between the profiles assembled at little distance to each other was greatly overestimated though, apparently revealing another deficiency of two-equation turbulence models.

In the final investigation of the transitional flow around a gas turbine inlet guide vane, the near wall behaviour including transition could again be described by the two models of Abid and Chang et al. much better than it would have been possible with a fully turbulent calculation. This covers the abrupt transition on the suction side and the elongated transition on the pressure side of the profile. The tendency of a too slow transition combined with an underpredicted level of turbulent kinetic energy in accelerated flow on the pressure side might be put down to a non-universal applicability of the Kato-Launder modification. Originally proposed only for stagnation flows, it is on the other hand necessary and without alternative in conjunction with linear two-equation turbulence models. To avoid this modification, non-linear eddy viscosity models recently gaining popularity need to be extended for low-Reynolds number near wall flows and should then be investigated for transitional flows in the future. Another important case for turbomachinery is the numerical treatment of the unsteady types of transition.

All in all the models of Abid and Chang et al. yield much better results than those given by the models of Chien, Lam and Bremhorst or Biswas and Fukuyama with a slight advantage of the first over the second. For the successful calculation of transitional, wall-bounded flows with a Navier-Stokes code, putting approximately fifty control volumes with a minimal wall distance of  $y^+ \approx 0.2$  inside the boundary layer is recommended.

The investigation of transition from a laminar to a turbulent flow remains a challenging task for the experiment, the numerics and for turbulence modelling despite the approaches given in this work resulting from the application of universal Navier-Stokes programs for flow calculations.

# Literaturverzeichnis

- [1] ABID, R.: *Assessment of two-equation turbulence models for predicting transitional flows*. Workshop on Transition and Turbulence. New York: Springer, 1992, S. 485–497
- [2] ABID, R.: *Evaluation of two-equation turbulence models for predicting transitional flows*. In: International Journal of Engineering Science; 31(1993)6, S.831–840 23, 23, 24, 107, 118, 123
- [3] ABU-GHANNAM, B. J.: SHAW, R.: *Natural transition of boundary layers: the effects of turbulence, pressure gradient, and flow history*. In: Journal of Mechanical Engineering Science; 22(1980)5, S.213–228 14, 15, 15, 16, 51, 60
- [4] AUBERT, S.: WWW-Server der ERCOFTAC Turbomachinery Special Interest Group. <http://www.mecaflu.ec-lyon.fr/CONGRES/ERCOFTAC/> (1998)
- [5] BARIO, F.: BERAL, C.: *Boundary layer measurements on the pressure and suction sides of a turbine inlet guide vane*. Elsevier, 1998 (Experimental Thermal and Fluid Science; 17) 103 17, 103, 103, 104, 104, 108
- [6] BARIO, F.: persönliche Mitteilung (1999) 105
- [7] BAUER, W.: *Berechnung turbulenter Strömungen mit starken Stromlinienkrümmungen beziehungsweise mit Rotation*. Technische Universität Darmstadt, Dissertation, 1998 14, 21
- [8] BISWAS, D.: FUKUYAMA, Y.: *Calculation of transitional boundary layers with an improved low-Reynolds-number version of the k-ε turbulence model*. ASME, In: Journal of Turbomachinery; 116(1994)4, S.765–773 23, 23, 118, 123
- [9] BISWAS, D.: IWASAKI, H.: ISHIZUKA, M.: *Application of an improved low-Reynolds number k-ε turbulence model to compressible viscous flow analysis in turbomachinery cascade*. International Conference on Fluid Engineering <1997, Tokyo>, (JSME ICFE; 97–725)
- [10] BOUSSINESQ, J.: *Theorie de l'écoulement tourbillant*. [Memoires présentés par diverse savants à l' academie des sciences de l'institut de France] Vol.23, No.46, Paris, 1877 20, 21

- 
- [11] BOYLE, R. J.: AMERI, A. A.: *Grid orthogonality effects on predicted turbine midspan heat transfer and performance*. In: Journal of Turbomachinery; 119(1997)1, S.31–38 [94](#), [101](#)
  - [12] BREUER, M.: *Fundamentals of large-eddy-simulation*. Universität Erlangen, Vorlesungsskript, 1997 [11](#)
  - [13] CHANG, K. C.: HSIEH, W. D.: CHEN, C. S.: *A modified low-Reynolds-number turbulence model applicable to recirculating flow in pipe expansion*. In: Journal of Fluids Engineering; 117(1995), S.417–423 [23](#), [107](#), [118](#), [123](#)
  - [14] CHANG, K. C.: YAMANAKA, Y.: HSIEH, W.: *Examination of wall boundary condition for dissipation rate of turbulence energy in numerical calculation with low-Reynolds-number k-e models*. International Conference on Fluid Engineering <1997,Tokyo>, (JSME ICFE; 97–117) [27](#)
  - [15] CHAPMAN, D. R.: KUHN, G. D.: *The limiting behaviour of turbulence near a wall*. In: Journal of Fluid Mechanics; 170(1986), S.265–292 [26](#), [27](#), [27](#)
  - [16] CHEN, W.-L.: LIEN, F.-S.: LESCHZINER, M. A.: *The prediction of transition with an elliptic solver using linear and non-linear eddy-viscosity models*. In: ERCOFTAC bulletin; 24(1995)1, S.31–33 [13](#)
  - [17] CHEN, W.-L.: LESCHZINER, M. A.: *Modelling turbomachine-blade flows with non-linear eddy-viscosity models and second-moment closure*. London [u.a.], 1999, (IMechE Conference Transactions; C557/131/99) [13](#)
  - [18] CHIEN, K.-Y.: *Predictions of channel and boundary-layer flows with a low-Reynolds-number turbulence model*. In: AIAA Journal; 20(1982)1, S.33–38 [16](#), [23](#), [118](#), [123](#)
  - [19] CORRAL, R.: JIMÉNEZ, J.: *Direct numerical determination of the minimum bypass Reynolds number in boundary layers*. Fluid Dynamic Symposium <74th, 1994, Chania, Creta> [10](#)
  - [20] COUPLAND, J.: persönliche Mitteilung (1998) [16](#), [79](#)
  - [21] COUPLAND, J.: *Transition modelling for turbomachinery flows*. In: ERCOFTAC bulletin; 24(1995)1, S.5–8 [6](#), [7](#), [7](#)
  - [22] CRAFT, T. J.: LAUNDER, B. E.: SUGA, K.: *Development and application of a cubic eddy-viscosity model of turbulence*. In: International Journal of Heat and Fluid Flow; 17(1996), S.108–115 [13](#)
  - [23] DAILEY, L. D.: JENNIONS, I. K.: ORKWIS, P. D.: *Simulating laminar-turbulent transition with a low Reynolds number k-epsilon turbulence model in a Navier-Stokes flow solver*. Washington, D.C., 1994, (AIAA Paper; 94–0189) [13](#), [33](#), [41](#)

- 
- [24] DELFS, J.: *Numerische Simulation der transitionellen schallnahen Plattengrenzschichtströmung*. Universität Braunschweig, Dissertation, 1994 10
  - [25] DEYHLE, H.: GRUNDMANN, R.: *Transition model for prediction and calculation of boundary layers*. In: Zeitschrift für Flugwissenschaften und Weltraumforschung; 15(1991), S.119–128 15
  - [26] DURBIN, P. A.: *Near-wall turbulence closure modeling without damping functions*. In: Theoretical and Computational Fluid Dynamics; 3(1991), S.1–13 14
  - [27] EMMONS, H. W.: *The laminar–turbulent transition in a boundary layer: 1*. In: Journal of the Aeronautical Sciences; (1951), S.490–503 14, 81
  - [28] *FASTEST Version 3.5 User's Guide*. 1996
  - [29] *Fluent 5 User's Guide, Vol. 1-4*. Lebanon: Fluent Inc., 1998 29
  - [30] FUJISAWA, N.: *Calculations of transitional boundary-layers with a refined low Reynolds number version of  $k$ - $\epsilon$  model of turbulence*. New York: Elsevier, 1990, Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Measurements <1990, Dubrovnik> 13, 24
  - [31] GERLINGER, P.: BRÜGGEMANN, D.: *An implicit multigrid scheme for the compressible Navier–Stokes equations with low-Reynolds-number turbulence closure*. 1997, (Proceedings of FEDSM; 97–3504) 118, 123
  - [32] GRUNDMANN, R.: NEHRING, U.: *Berechnung von zweidimensionalen, inkompressiblen, transitionellen Grenzschichten an gekrümmten Oberflächen*. In: Zeitschrift für Flugwissenschaften und Weltraumforschung; 8(1984)4, S.249–255 15
  - [33] GUGAU, M.: *Erweiterung eines Strömungssimulationsprogrammes um eine Transportgleichung zur Berechnung des Turbulenzgrades in der prätransitionalen Grenzschicht*. Technische Universität Darmstadt, unveröffentl. Studienarbeit, 1998 52
  - [34] HADZIC, I.: *Second-moment closure modelling of transitional and unsteady turbulent flows*. Technische Universität Delft, Dissertation, 1999 12, 65
  - [35] HALLBÄCK, M.: JOHANSSON, A. V.: BURDEN, A. D.: *The basic of turbulence modelling*. In: Hallbäck, M. et al., Turbulence and Transition Modelling. Dordrecht [u.a.]: Kluwer, 1996, S.81–154 21
  - [36] HALSTEAD, D. E.: *Boundary layer development in axial compressors and turbines: 1 of 4: composite picture*. In: Journal of Turbomachinery; 119(1997)1, S.114–127
  - [37] HALSTEAD, D. E.: *Boundary layer development in axial compressors and turbines: 2 of 4: compressors*. In: Journal of Turbomachinery; 119(1997)3, S.426–444
  - [38] HALSTEAD, D. E.: *Boundary layer development in axial compressors and turbines: 3 of 4: LP turbines*. In: Journal of Turbomachinery; 119(1997)2, S.225–237



- 
- [39] HALSTEAD, D. E.: *Boundary layer development in axial compressors and turbines: 4 of 4: computations and analysis*. In: Journal of Turbomachinery; 119(1997)1, S.128–139
  - [40] HANCOCK, P. E.: BRADSHAW, P.: *The effect of free- stream turbulence on turbulent boundary layers*. In: Journal of Fluid Engineering; 105(1983), S.284–289  
105
  - [41] HANJALIĆ, K.: JACIRLIĆ, S.: HADŽIĆ, I.: *Computation of oscillating turbulent flows at transitional Re-numbers*. International Symposium on Turbulent Shear Flows <9th, 1993, Kyoto, Japan> 12, 60
  - [42] HENNINGSON, D. S.: ALFREDSSON, P. H.: *Stability and transition*. In: Hallbäck, M. et al., Turbulence and Transition Modelling. Dordrecht [u.a.]: Kluwer, 1996, S.13–80 9
  - [43] HU, J.: FRANSSON, T. H.: *On the application of transition correlations in turbo-machinery flow calculation*. New York, 1998, (ASME Paper; 98–GT–460) 15
  - [44] HWANG, C. B.: LIN, C. A.: *Improved low-Reynolds-number k-epsilon model based on direct numerical simulation data*. In: AIAA Journal; 36(1998)1, S.38–43  
10
  - [45] JANICKA, J.: *Turbulenz*. Technische Hochschule Darmstadt, Skriptum zur Vorlesung, 1997. 19, 19, 21
  - [46] JANOUR, Z.: *Two-layer model for bypass boundary layer transition*. In: ERCOFTAC bulletin; 24(1995)1, S.42–44
  - [47] JONAS, P.: MAZUR, O.: URUBA, V.: *Experiments on by-pass boundary layer transition with several turbulence length scales*. European Conference on Turbomachinery <3rd, 1999, London> 5, 46, 46
  - [48] JONES, W. P.: *Modellierung und numerische Beschreibung technischer Strömungen*. Vortrag im DFG Graduiertenkolleg der Technischen Hochschule Darmstadt, 1996 20
  - [49] KALFAS, A. I.: *Transition to turbulence in the boundary layer of turbomachinery blading*. Cranfield University, Dissertation, 1994 16, 69, 69, 71
  - [50] KALFAS, A. I.: ELDER, R. L.: *Determination of the intermittency distribution in the boundary layer of a flat plate with C4 leading edge*. In: ERCOFTAC bulletin; 24(1995)1, S.65–67
  - [51] KALFAS, A. I.: ELDER, R. L.: *Effects of free stream turbulence and leading edge shape on boundary layer transition*. Düsseldorf: VDI Verlag, 1995, (VDI-Berichte; 1186) 69, 70



- 
- [52] KALFAS, A. I.: ELDER, R. L.: *Effects of free stream turbulence on intermittent boundary layer flows*. New York, 1995, (ASME Paper; 95-GT-124) [16](#), [69](#)
  - [53] KATO, M.: LAUNDER, B. E.: *The modelling of turbulent flow around stationary and vibrating square cylinders*. Symposium on Turbulent Shear Flows <9th, 1993, Kyoto, Japan>, 1993 [30](#), [72](#), [80](#), [86](#), [101](#), [107](#), [119](#), [124](#)
  - [54] KESSLER, R.: *Near-wall modelling of the dissipation rate equation using DNS data*. Amsterdam [u.a.]: Elsevier, 1993. Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Measurements <2nd, 1993, Florence, Italy> [10](#)
  - [55] KLEISER, L.: ZANG, T. A.: *Numerical simulation of transition in wall-bounded shear flows*. In: Annual Review of Fluid Mechanics; 23(1991), S.495–537 [10](#)
  - [56] KONZELMANN, U.: RIST, U.: FASEL, H.: *Numerical investigation of the effects of longitudinal vortices on the onset of transition in a flat plate boundary layer*. 1988, (AGARD Conference Proceedings; 438) [10](#)
  - [57] LAM, C. K. G.: BREMHORST, K.: *A modified form of the k-epsilon model for predicting wall turbulence*. In: Journal of Fluids Engineering; 103(1981), S.456–460 [13](#), [23](#), [118](#), [123](#)
  - [58] LAUNDER, B. E.: SHARMA, B. I.: *Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc*. In: Letters in Heat and Mass Transfer; 1(1974)2, S.131–137 [13](#), [81](#)
  - [59] LAUNDER, B. E.: *An introduction to single-point closure methodology*. In: Gatski, T.B. et al., Simulation and modelling of turbulent flows. New York: Oxford University Press, 1996, S. 243–310 [26](#), [27](#)
  - [60] LAUNDER, B. E.: TSELEPIDAKIS, D. P.: *Contribution to the modelling of near-wall turbulence*. Berlin [u.a.]: Springer, 1993. Symposium on Turbulent Shear Flows <8th, 1991, Munich> [11](#)
  - [61] LAUNDER, B. E.: SPALDING, D. B.: *Lectures in mathematical models of turbulence*. London [u.a.]: Academic Press, 1972 [12](#)
  - [62] LEE, H.-K.: KANG, S.-H.: *Flow characteristics of transitional boundary layer on the NACA0012 airfoil in wakes*. Fluids Engineering Division Summer Meeting <1998, Washington, D.C.> [17](#), [83](#), [83](#), [84](#), [84](#)
  - [63] LIN, C. C.: *Motion in the boundary layer with a rapidly oscillating external flow*. International Congress of Applied Mechanics <1957, Bruxelles> [48](#)
  - [64] LIEPMANN, H. W.: *Investigations on laminar boundary-layer stability and transition on curved boundaries*. (Advance Confidential Report), 1943 [50](#)
  - [65] MALKIEL, E.: MAYLE, R. E.: *Transition in a separation bubble*. In: Journal of Fluids Engineering; 118(1996)4, S.752–759

- 
- [66] MAYLE, R. E.: *The role of laminar–turbulent transition in gas turbine engines*. In: Journal of Turbomachinery; 113(1991)4, S.509–537 [5](#), [6](#), [7](#), [9](#), [15](#)
  - [67] MAYLE, R. E.: DULLENKOPF, K.: *A theory of wake–induced transition*. In: Journal of Turbomachinery; 112(1990)2, S.188–195
  - [68] MAYLE, R. E.: DULLENKOPF, K.: *More on the turbulent–strip theory for wake–induced transition*. In: Journal of Turbomachinery; 113(1991)3, S.428–432
  - [69] MAYLE, R. E.: DULLENKOPF, K.: SCHULZ, A.: *The turbulence that matters*. In: Journal of Turbomachinery; 120(1998)3, S.402–409
  - [70] MAYLE, R. E.: SCHULZ, A.: *The path to predicting bypass transition*. In: Journal of Turbomachinery; 119(1997)3, S.405–411 [16](#), [32](#), [48](#), [48](#), [49](#), [49](#), [53](#), [119](#), [123](#)
  - [71] MESCHKAT, S.: *Modellierung und numerische Simulation einer instationären Nachlaufströmung anhand eines ausgewählten Testfalles*. Technische Universität Darmstadt, Diplomarbeit, 1999 [95](#), [101](#)
  - [72] MEYER, F.: KLEISER, L.: *Numerical investigation of transition in 3–D boundary layers*. 1988, (AGARD Conference Proceedings; 438) [10](#)
  - [73] NAGANO, Y.: HISHIDA, M.: *Improved form of the  $k$ –epsilon model for wall turbulent shear flows*. In: Journal of Fluids Engineering; 109(1987), S.156–160 [71](#)
  - [74] PAPANICOLAOU, E.: *Computation of separated–flow transition using a two–layer model of turbulence*. 1996 (Uni Karlsruhe Report; 733) [14](#), [81](#)
  - [75] PAPANICOLAOU, E. L.: RODI, W.: *Computation of separated–flow transition using a two–layer model of turbulence*. In: Journal of Turbomachinery; 121(1999)1, S.78–87 [14](#)
  - [76] PAPANICOLAOU, E. L.: RODI, W.: *Computation of separated–flow transition using a two–layer model of turbulence*. New York, 1997 (ASME Paper; 97–GT– 454) [14](#), [81](#)
  - [77] PATEL, V. C.: RODI, W.: SCHEUERER, G.: *Turbulence models for near–wall and low Reynolds number flows: a review*. In: AIAA Journal; 23(1985)9, S.1308–1319 [13](#), [23](#), [23](#), [26](#), [40](#), [48](#)
  - [78] PIOMELLI, U.: CHASNOV, J. R.: *Large-eddy simulations, theory and applications*. In: Hallböck, M. et al., Turbulence and Transition. Dordrecht [u.a.]: Kluwer, 1996, S.269–336 [11](#)
  - [79] QIU, S.: SIMON, T. W.: *An experimental investigation of transition as applied to low pressure turbine suction surface flows*. 1997, (ASME Paper; 97–GT–455)
  - [80] REXROTH, H.: Fluent Inc., private Mitteilung, (1999) [26](#)

- 
- [81] ROACH, P. E.: *The generation of nearly isotropic turbulence by means of grids*. In: International Journal of Heat and Fluid Flow; 8(1987), S.82–92 [34](#), [79](#)
- [82] ROACH, P. E.: BRIERLEY, D. H.: *The influence of a turbulent freestream on zero pressure gradient transitional boundary layer development: part 1: test cases T3A and T3B*. ERCOFTAC Workshop <1st, 1990, Lausanne, Switzerland> Cambridge University Proceedings, 1992 [32](#), [33](#), [33](#), [54](#), [116](#), [121](#)
- [83] RODI, W.: SCHEUERER, G.: *Calculation of laminar–turbulent boundary layer transition on turbine blades*. 1985, (AGARD Conference Proceedings; 390)
- [84] RODI, W.: SCHEUERER, G.: *Calculation of heat transfer to convection–cooled gas turbine blades*. In: Journal of Engineering for Gas Turbines and Power; 107(1985), S.620–627
- [85] RODI, W.: SCHEUERER, G.: *Scrutinizing the  $k$ –epsilon turbulence model under adverse pressure gradient conditions*. In: Journal of Fluids Engineering; 108(1986), S.174–179
- [86] RODI, W.: *Experience with two–layer models combining the  $k$ –epsilon model with a one–equation model near the wall*. New York, 1991, (AIAA Paper; 91–0216) [14](#)
- [87] RODI, W.: *Some current approaches in turbulence modeling*. 1990, (AGARD Advisory Report; 291)
- [88] RODI, W.: *Turbulence modelling for turbomachinery*. 1992, ERCOFTAC Seminar <1992, Val d’Isère, France>
- [89] RODI, W.: MANSOUR, N. N.: *Low Reynolds number  $k$ –epsilon modeling with the aid of direct simulation data*. In: Journal of Fluid Mechanics; 250(1993), S.509–529 [10](#)
- [90] RODI, W.: MANSOUR, N. N.: MICHELASSI, V.: *One–equation near–wall turbulence modeling with the aid of direct simulation data*. In: Journal of Fluids Engineering; 115(1993)2, S.196–205 [10](#), [14](#), [23](#)
- [91] ROUSSEAU, A. N.: ALBRIGHT, L. D.: TORRANCE, K. E.: *A short comparison of damping functions of standard low–Reynolds–number  $k$ – $\epsilon$  models*. In: Journal of Fluids Engineering; 119(1997)2, S.460–463 [23](#)
- [92] RÜD, K.: WITTIG, S.: *Free–stream turbulence and pressure gradient effects on heat transfer and boundary layer development on highly cooled surfaces*. New York, 1984, (ASME Paper; 84–GT–180) [6](#)
- [93] SANZ, W. et al.: *Numerical and experimental investigation of the wake flow downstream of a linear turbine cascade*. ASME Turbo Expo <1998, Stockholm, Schweden> [93](#), [101](#)

- 
- [94] SAVILL, A. M.: *A synthesis of T3 test case predictions*. Cambridge, 17 test cases. [11](#), [16](#)
  - [95] SAVILL, A. M.: *Transition modelling for turbomachinery*. ERCOFTAC Seminar <1992, Val d'Isère, France>
  - [96] SAVILL, A. M.: *Further progress in the turbulence modelling of by-pass transition*. Elsevier, 1993 (Engineering Turbulence Modelling and Experiments; 2)
  - [97] SAVILL, A. M.: *Some recent progress in the turbulence modelling of by-pass transition*. International Conference on Near-Wall Turbulent Flows <1993, Tempe, Arizona>
  - [98] SAVILL, A. M.: *Evaluating turbulence model predictions of transition : an ERCOFTAC special interest group project*. Dordrecht [u.a.]: Kluwer, In: Applied Scientific Research; 51(1993), S.555–562 [34](#), [34](#), [36](#), [54](#)
  - [99] SAVILL, A. M.: *Transition modelling for turbomachinery*. ERCOFTAC Workshop <1st, 1993, Manchester, UK>
  - [100] SAVILL, A. M.: *Transition modelling for turbomachinery II: an updated summary of ERCOFTAC transition SIG progress for the 2nd Workshop of the BRITE-EURAM AERO-CT92-0052 Project "Transition in turbomachinery"*. 1994, ERCOFTAC Workshop <2nd, 1994, Brussel>
  - [101] SAVILL, A. M.: *A summary report on the COST ERCOFTAC transition SIG project evaluating turbulence models for predicting transition*. In: ERCOFTAC Bulletin; 24(1995)1, S.57–61
  - [102] SAVILL, A. M.: *Evaluation of turbulence models for predicting transition in turbomachinery flows*. 1995
  - [103] SAVILL, A. M.: *The Savill–Launder–Younis (SLY) RST intermittency model for predicting transition*. In: ERCOFTAC bulletin; 24(1995)1, S.37–41 [60](#)
  - [104] SAVILL, A. M.: *Transition modelling for turbomachinery 3*. ERCOFTAC Workshop <3rd, 1995, Thessaloniki, Greek>
  - [105] SAVILL, A. M.: *Evaluation of turbulence models for predicting transition in turbomachinery flows*. (ERCOFTAC Report), 1997 [11](#), [12](#), [24](#)
  - [106] SAVILL, A. M.: *One-point closures applied to transition*. In : Hallbäck, M. et al., Turbulence and Transition Modelling. Dordrecht [u.a.]: Kluwer, 1996, S.233–268 [11](#), [16](#)
  - [107] SCHÄFER, M.: *Accuracy and efficiency of flow computations with turbulence models of  $k$ -epsilon type*. Barcelona, Spain: CIMNE, 1998 [29](#), [118](#), [123](#)
  - [108] SCHÄFER, M.: *Numerische Berechnung strömungs- und strukturmechanischer Probleme*. Technische Hochschule Darmstadt, Vorlesungsskript, 1997

- 
- [109] SCHÄFER, M.: *Numerik im Maschinenbau* Berlin [u.a.]: Springer, 1999 29
  - [110] SCHLICHTING, H.: GERSTEN, K.: *Grenzschicht-Theorie*. 9.Aufl., Berlin [u.a.]: Springer, 1997 3, 3, 9, 36, 85
  - [111] SCHMIDT, R. C.: PATANKAR, S. V.: *Two-equation low-Reynolds-number turbulence modeling of transitional boundary layer flow characteristics of gas turbine blades*. 1988, (NASA Contractor Report; 4145) 13
  - [112] SCHMIDT, R. C.: PATANKAR, S. V.: *Simulating boundary layer transition with low-Reynolds number  $k$ -epsilon turbulence models: 1: an evaluation of prediction characteristics*. In: *Journal of Turbomachinery*; 113(1991)1, S.10–17
  - [113] SCHMIDT, R. C.: PATANKAR, S. V.: *Simulating boundary layer transition with low-Reynolds number  $k$ -epsilon turbulence models: 2: an approach to improving the predictions*. In: *Journal of Turbomachinery*; 113(1991)1, S.18–26 13, 26
  - [114] SHARMA, O. P.: *Boundary layer development on turbine airfoil suction surfaces*. 1981, (ASME Paper; 81-GT-204) 48, 50
  - [115] SIEGER, K.: *An evaluation of low-Reynolds number  $k$ -epsilon turbulence models for predicting transition under the influence of free-stream turbulence and pressure gradient*. Symposium on Engineering Turbulence and Measurements <2nd, 1993, Florence, Italy> 13
  - [116] SIEGER, K.: *Gas turbine blade heat transfer calculations: an assessment of different low-Reynolds number  $k$ -epsilon turbulence models*. Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery <5th, 1994, Kannapali, Maui, Hawai> 13
  - [117] SIEGER, K.: *A two-layer turbulence model for the calculation of transitional boundary-layers*. In: *ERCOTAC Bulletin*; 24(1995)1, S.21–25 14, 14
  - [118] SIEGER, K.: *Vergleich der Leistungsfähigkeit erweiterter  $k$ ,  $\epsilon$ -Turbulenzmodelle bei der Berechnung transitionaler Grenzschichten an Gasturbinenschaufeln*. Universität Karlsruhe, Dissertation, 1993. 13, 15, 17, 17, 23, 36, 71
  - [119] SINGER, B. A.: DINAVAH, S. P. G.: *Testing of transition-region models*. In: *Journal of Fluids Engineering*; 114(1992), S.73–79 6, 10
  - [120] SINGER, B. A.: *Modeling the transition region*. Neuilly Sur Seine, 1994, (AGARD Report; 793) 5, 23
  - [121] SPURK, J. H.: *Strömungslehre, Einführung in die Theorie der Strömungen*. 2. Aufl., Berlin [u.a.]: Springer, 1989 73
  - [122] SPURK, J. H.: *Dimensionsanalyse in der Strömungslehre*. Berlin [u.a.]: Springer, 1992 86

- 
- [123] STEELANT, J.: DICK, E.: *Calculation of transition in turbine cascades by conditioned Navier–Stokes equations*. London [u.a.]: Professional Engineering Publishing, 1999, (IMechE Conference Transactions; C557/036/99)
  - [124] STONE, H.: *Iterative solution of implicit approximations of multidimensional partial differential equations*. In: Siam J. Numer. Anal.; 5(1968)3, S.530 - 558 29
  - [125] TANI, I.: AIHARA, Y.: *Görtler vortices and boundary–layer transition*. In: Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik; 20(1969), S.609–618 6
  - [126] TENNEKES, H.: LUMLEY, J. L.: *A first course in turbulence*. 15. Aufl., Cambridge [u.a.]: MIT Press, 1994 5
  - [127] THEODORIDIS, G.: PRINOS, G.: GOULAS, A.: *Prediction of transition in boundary–layer flows: a comparison of various low–Reynolds number turbulence models*. International Symposium on Air Breathing Engines <10th, 1991, Washington, D.C.>. (ISABE; 91–7088)
  - [128] THEODORIDIS, G.: GOULAS, A.: *Prediction of transition in boundary layer flows with an improved low–Reynolds k–e model*. International Conference on Fluids Engineering <1997, Tokyo>. (JSME ICFE; 97–119) 13
  - [129] UNGER, D.: STOFFEL, B.: *Numerical simulation of bypass transition using low–Reynolds number turbulence models*. ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting <1998, Washington, D.C.>. (FEDSM98; 4848) 23, 23, 32
  - [130] VOKE, P. R.: YANG, Z.: *Numerical simulation of transition in a separation bubble*. In: ERCOFTAC bulletin; 24(1995)1, S.54–57 11
  - [131] VOKE, P. R.: YANG, Z.: SAVILL, A. M.: *Large–eddy simulation and modelling of transition following a leading–edge separation bubble*. Amsterdam [u.a.]: Elsevier, 1996, Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Measurements <3rd, 1996, Heraklion, Crete, Greece> 11
  - [132] VOKE, P. R.: WWW-Server der ERCOFTAC Fluid Dynamics Database. <http://fluindigo.mech.surrey.ac.uk/> (1997) 61
  - [133] WERDEN, S.: *Grenzschichtverhalten am Kreiszyylinder bei instationärer aktiver Anregung durch Wandöffnungen*. Technische Universität Darmstadt, Dissertation, 1998 5
  - [134] WESTIN, K. J. A.: HENKES, R. A. W. M.: *Application of turbulence models to bypass transition*. In: Journal of Fluids Engineering; 119(1997)4, S.859–866 11, 60
  - [135] WHITE, F. M.: *Viscous fluid flow*. New York [u.a.]: McGraw-Hill, 1974 3, 4
  - [136] YAKINTHOS, C.: GOULAS, A.: *The prediction of flow on a flat plate with a circular leading edge under zero and non–zero pressure gradient*. Fluid Dynamics and Thermodynamics Conference <3rd, 1999, London> (IMechE Conference Transactions; C557/142/99) 81



- 
- [137] YANG, Z.: VOKE, P. R.: *Large-Eddy simulation of transition under turbulence*. ME-FD/93.12 Department of Mechanical Engineering, University of Surrey, U.K., 1993 [11](#)
- [138] YANG, Z.: VOKE, P. R.: *Large-eddy simulation studies of bypass transition*. Amsterdam [u.a.] : Elsevier, 1993, Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Measurements <2nd, 1993, Florence, Italy> [11](#)
- [139] YANG, Z.: VOKE, P. R.: *Large-eddy simulation of boundary layer transition on a flat plate with semi-circular leading edge*. Pennstate, 1995, Symposium on Turbulent Shear Flows <10th, 1995, University Park, Pennsylvania> [11](#)
- [140] YANG, Z.: VOKE, P. R.: *Numerical simulation of boundary layer transition in the presence of free stream turbulence*. ERCOFTAC Workshop <1990, Lausanne, Switzerland> In: Pironneau, O.[u.a.], Numerical simulation of unsteady flows and transition to turbulence. Cambridge University Press, 1992 [10](#)